

**Адаптивное оценивание дискретной модели конвективно-диффузионного переноса на основе численно эффективных алгоритмов Калмановской фильтрации**

**Научный руководитель – Цыганов Андрей Владимирович**

**Кувшинова Анастасия Николаевна**

*Аспирант*

Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова,  
Факультет физико-математического и технологического образования, Ульяновская  
область, Россия

*E-mail: KUVANulspu@yandex.ru*

В простейшем одномерном случае модель конвективно-диффузионного переноса может быть описана уравнением (1) с начальным условием (2) и граничными условиями (3):

$$\frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \quad a < x < b, 0 < t < +\infty, \quad (1)$$

$$c(x, 0) = \varphi(x), \quad a \leq x \leq b, \quad (2)$$

$$c(a, t) = f_1(t), c(b, t) = f_2(t), 0 < t < +\infty, \quad (3)$$

где  $c(x, t)$  — искомая функция (например, концентрация загрязняющего вещества),  $x$  — пространственная координата,  $t$  — время,  $v$  — скорость конвекции,  $\alpha$  — коэффициент диффузии,  $\varphi(x)$ ,  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$  — заданные функции,  $a$ ,  $b$  — границы рассматриваемого отрезка.

От модели (1)–(3) перейдем к дискретной линейной стохастической модели, представленной в пространстве состояний:

$$\begin{cases} c_k = F_{k-1}(\theta)c_{k-1} + B_{k-1}(\theta)u_{k-1}, \\ z_k = H_k c_k + \xi_k, \\ k = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (4)$$

где  $\theta = (v, \alpha)^T \in \mathbb{R}^2$  — параметр неопределенности модели.

В работе [1] рассмотрена задача параметрической идентификации модели (4) по зашумленным наблюдаемым данным с целью оценки неизвестного векторного параметра  $\theta$  по известным входным сигналам  $U_0^{K-1} = \{u_0, u_1, \dots, u_{K-1}\}$  и выходным данным наблюдений  $Z_1^K = \{z_1, \dots, z_K\}$ . В качестве критерия идентификации  $J(\theta; Z_1^K, U_0^{K-1})$  была использована логарифмическая функция правдоподобия [2], минимизация которой выполнялась градиентными методами. Для вычисления уравнений чувствительности при реализации алгоритма идентификации градиентного типа был применен стандартный фильтр Калмана [3].

В отличие от [1], в данной работе для вычисления уравнений чувствительности предлагается использовать численно эффективные алгоритмы калмановской фильтрации, что позволяет повысить качество вычисляемых оценок параметра  $\theta$ . Подробный обзор современных численно эффективных методов оптимальной дискретной фильтрации представлен в [4]. По результатам сравнительного анализа для реализации алгоритма адаптивного оценивания был выбран UD-фильтр [5], который обладает улучшенными вычислительными свойствами по отношению к ошибкам машинного округления. Алгоритм адаптивного оценивания дискретной модели (4) заключается в идентификации параметра неопределенности  $\theta$ . Для его реализации в данной работе построен адаптивный UD-фильтр с применением методики, изложенной в [6]. Результаты численного эксперимента подтверждают работоспособность предложенного подхода.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Ульяновской области в рамках научного проекта № 19-41-730009.

### Источники и литература

- 1) Kuvshinova A. N., Tsyganov A. V., Tsyganova Yu. V., Tapia Garza H. R. Parameter identification algorithm for convection-diffusion transport model // Journal of Physics: Conference Series, 2021, Vol. 1745, no. 1, P. 012110.
- 2) Astrom K. J. Maximum Likelihood and Prediction Error Methods // Automatica, 1980, V.16(5), P. 551–574.
- 3) Grewal M. S., Andrews A. P. Kalman Filtering: Theory and Practice Using Matlab, 2nd Edition. New Jersey: Prentice Hall, 2001.
- 4) Цыганова Ю. В., Куликова М. В. О современных ортогонализированных алгоритмах оптимальной дискретной фильтрации // Вестник ЮУрГУ. Серия "Математическое моделирование и программирование". 2018. Т. 11. № 4. С. 5–30.
- 5) Цыганова Ю. В. О методах реализации UD-фильтра // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. № 3. 2013. С. 84–104.
- 6) Цыганова Ю. В. Об одном подходе к построению адаптивного UD-фильтра для параметрической идентификации LQG систем // Труды XII Всероссийского совещания по проблемам управления ВСПУ-2014. Москва, 16–19 июня 2014 г. Москва: ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН, 2014. С. 2741–2751.