

**ДИНАМИКА ДВУМЕРНОЙ ТРОПИЧЕСКОЙ
ГЕОМЕТРИИ СТРУКТУР ПАРАМЕТРОВ
ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ**

Кормаков Георгий Владимирович

Студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: gkormakov@gmail.com

Научный руководитель — Гуров Сергей Исаевич

Искусственные нейронные сети (ИНС) широко применяются последние годы в различных задачах. Одним из направлений исследований ИНС является задача интерпретируемости как параметров итоговой обученной модели, так и параметров ИНС в процессе обучения. Результаты работ [1] - [3] позволяют использовать для анализа тропическую геометрию.

Тропическая математика в применении к анализу ИНС с функциями активации ReLU осуществляет переход в полукольцо над множеством $\mathbb{R}_{max} = \mathbb{R} \cup \{-\infty\}$ со следующими операциями.

$$x \oplus y = \max\{x, y\}, \quad x \odot y = x + y, \quad \forall x, y \in \mathbb{T} \equiv (\mathbb{R}_{max}, \oplus, \odot) \quad (1)$$

Тропическая степень позволяет определить тропический полином, важный для анализа параметров ИНС.

Ключевым теоретическим результатом работы [2] является доказательство теоремы-связи параметров ИНС с тропическими полиномами.

Теорема 1. ([2]). *ИНС с целочисленными весами-параметрами и функциями активации вида ReLU является тропическим отношением (разностью в обычном смысле) двух тропических полиномов.*

Коэффициенты полиномов позволяют построить многогранники, границы которых задают границы принятия решения ИНС.

Проведено исследование изменения тропических многогранников в процессе обучения ИНС на задаче бинарной классификации. Пример многогранников весов до и после обучения на размеченных координатах плоскости приведены на Иллюстрации.

В ходе экспериментов получены следующие результаты.

1. Выделены ключевые этапы изменения тропических многогранников в процессе обучения: перемещение границ принятия

решения, минимизация пересечений и модификация формы.

Иллюстрации

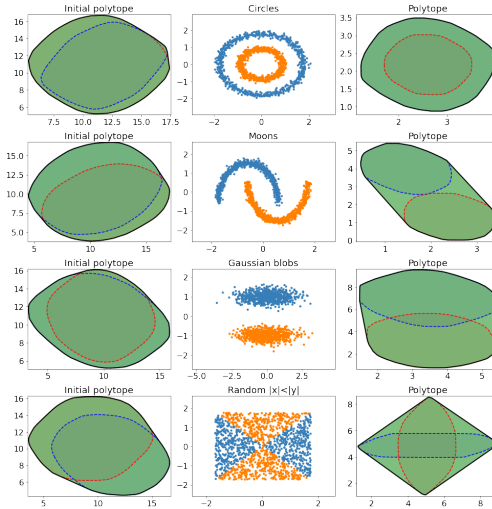


Рис. 1. Слева: начальная инициализация многогранников весов, Центр: обучающая выборка, Справа: вид многогранников после обучения

2. Проведено сравнение критерия останова обучения ИНС, основанного на изменении площади пересечения многогранников. Реализованный критерий уступает в скорости стандартной эвристике останова обучения, однако позволяет получить прирост качества на модельной выборке координат плоскости с классами сложной структуры.

Литература

1. Itenberg I., Mikhalkin G. and Shustin E.I. Tropical Algebraic Geometry // Birkhäuser Basel, Oberwolfach Seminars, 2009
2. Zhang Liwen et al. Tropical Geometry of Deep Neural Networks // ICML, 2018.
3. Alfara M. Applications of Tropical Geometry in Deep Neural Networks // KAUST Research Repository, 2020. <https://doi.org/10.25781/KAUST-CDBNK>