

**О проблеме единственности вероятностного решения параболического уравнения Колмогорова**

**Научный руководитель – Шапошников Станислав Валерьевич**

**Красовицкий Тихон Ильич**

*Аспирант*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра математического анализа, Москва,  
Россия

*E-mail: tik714@yandex.ru*

Рассмотрим задачу Коши для параболического уравнения Колмогорова:

$$\partial_t \mu = \partial_{x_i x_j}^2 (a^{ij} \mu) - \partial_{x_i} (b^i \mu), \quad \mu_0 = \nu, \quad (1)$$

где матрица  $A = (a^{ij})$  симметрична и положительно определена,  $b^i$  — векторное поле на  $\mathbb{R}^d$ , а начальное условие  $\nu$  — борелевская вероятностная мера на  $\mathbb{R}^d$ . Решения вида  $\mu = \mu_t dt$ , где  $\mu_t$  — вероятностные меры на  $\mathbb{R}^d$ , называем вероятностными. Важной проблемой является исследование единственности вероятностного решения, в частности, построение примеров неединственности. В докладе для размерностей  $d \geq 2$  будут построены примеры таких векторных полей  $b$ , что задача (1) имеет бесконечно много линейно независимых вероятностных решений для каждого начального условия  $\nu$ .

В размерности  $d = 1$  такого рода примеры невозможны. Как показано в работе [2], для  $a \equiv 1$  и локально ограниченной борелевской функции  $b(x)$ , не зависящей от времени  $t$ , вероятностное решение единственно. В случае непостоянного коэффициента  $a$  примеры неединственности можно построить и в размерности  $d = 1$ . В докладе будут представлены достаточные условия единственности и неединственности вероятностного решения для этого случая.

Работа поддержана грантом РФФИ 20-01-00432, Московским центром фундаментальной и прикладной математики и стипендией Фонда «Базис».

**Источники и литература**

- 1) Bogachev V.I., Krylov N.V., Röckner M., Shaposhnikov S.V. Fokker–Planck–Kolmogorov Equations, Amer. Math. Soc., Providence, Rhode Island, 2015.
- 2) Богачев В.И., Красовицкий Т.И., Шапошников С.В. // О единственности вероятностных решений уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова. Матем. сб. 2021. Т. 212. № 6. С. 3–42.
- 3) Богачев В.И., Красовицкий Т.И., Шапошников С.В. // О неединственности вероятностных решений задачи Коши для уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова. Докл. АН. Мат., инф., проц. упр. 2021. Т. 498. С. 16–20.
- 4) Красовицкий Т.И. // Вырожденные эллиптические уравнения и неединственность решений уравнения Колмогорова. Докл. АН. 2019. Т. 487. № 4. С. 361–364.