Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Квадратичный функционал в задаче со старшими производными

Аскерова Нармина Юсиф кызы
Студент (магистр)
Бакинский филиал Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова, Факультет прикладной математики, Баку, Азербайджан
E-mail: narmina2000@gmail.com

В работе исследуется квадратичный функционал в задаче со старшими производными. Формулируется и доказывается теорема о том, при каких условиях найденная экстремаль доставляет абсолютный минимум в задаче. Одной из основных целей работы является доказательство того, что найденная экстремаль доставляет абсолютный минимум в задаче при выполнении условия Якоби, но не усиленного. Эта работа выполнена совместно с научным руководителем Галеевым Э.М.

Постановка задачи:

Рассмотрим задачу со старшими производными для квадратичного функционала, который имеет диагональный вид:

$$J(x(\cdot)) = \int_{t_0}^{t_1} \left(\sum_{k=0}^{n} A_k(t)(x^{(k)}(t))^2 dt \right) \to \min$$

$$x^{(k)}(t_0) = x_{k0},\ x^{(k)}(t_1) = x_{k1},\ k = 0, \ldots, n-1. \quad (P)$$

Пусть в задаче (P) функции $A_k \in C^k([t_0; t_1])$, $k = 0, \ldots, n$ и выполнено усиленное условие Лежандра $(\hat{L}_{x^{(n)}x^{(n)}}(t) = 2A_n(t) > 0)$. Тогда:

a) Если выполнено условие Якоби и допустимая экстремаль $\hat{x}$ существует, то $\hat{x}$ доставляет абсолютный минимум.

b) Если выполнено условие Якоби, но не усиленное, допустимая экстремаль не существует и $G \neq 0$, то $S_{absmin} = -\infty$.

$$\sum_{k=1}^{n} \sum_{j=1}^{k} (-1)^{j+1} \frac{d^{j-1}}{dt^{j-1}} (A_k(t) h^{(k)}) \tilde{x}^{(k-j)} \Big|_{t_0}^{t_1} = G$$

c) Если выполнено усиленное условие Якоби, то допустимая экстремаль $\hat{x}$ существует, единственная и $\hat{x}$ доставляет абсолютный минимум.

d) Если не выполнено условие Якоби, $S_{absmin} = -\infty$.

Список литературы

[1] *Галеев Э.М.* Оптимизация:Теория.Примеры.Задачи. Москва: Наука, 2010.

[2] *Галеев Э.М.* Методы оптимизации. Баку: 2016.