

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Асимптотика двумерных стоячих волн, захваченных берегом, в близком к интегрируемому случае

Научный руководитель – Шафаревич Андрей Игоревич

Рыжлов Владислав Владимирович

Студент (магистр)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: vladderq@yandex.ru

Рассматривается задача на построение квазиклассических (высокочастотных) асимптотических собственных функций в ограниченной двумерной области для оператора

$$\langle \nabla, D(x, h) \nabla \rangle,$$

где $D(x, h) = D_0(x) + hD_1(x) + \dots$, и $D_0(x) = \frac{1}{f(x_1) + g(x_2)}$. Из-за вырождения на границе фазовые траектории соответствующей классической системы (с гамильтонианом $|p|^2 D_0(x)$) уходят на бесконечность по импульсам за конечное время. Интересующие нас асимптотические собственные функции связаны с инвариантными некомпактными лагранжевыми многообразиями (нестандартными «торами» Лиувилля), для которых граница области представляет собой каустику специального типа. В окрестности границы собственные функции допускают простое представление через функции Бесселя $J_0(z)$ и $J_1(z)$. Мы рассматриваем ситуацию, в которой указанная гамильтонова система интегрируема, однако наличие поправки $D_1(x)$ эту интегрируемость разрушает. Для решения задачи применяется недавно развитый подход, состоящий в решении уравнения переноса на фиксированном диофантовом «торе» $\bar{\Lambda}$, и последующем вычислении канонического оператора Маслова от полученного решения с множителем, включающим в себя разность действий на $\bar{\Lambda}$ и «торе» Λ_ν , удовлетворяющем условию квантования.

Источники и литература

- 1) А. Ю. Аникин, С. Ю. Доброхотов, В. Е. Назайкинский, А. В. Цветкова Нестандартные лиувиллевы торы и каустики в асимптотиках в виде функций Эйри и Бесселя для двумерных стоячих береговых волн Алгебра и анализ 2021 33 2 5–34
- 2) Anikin, A.Y., Rykhlov, V.V. Constructive Semiclassical Asymptotics of Bound States of Graphene in a Constant Magnetic Field with Small Mass. Math Notes 111, 173–192 (2022). <https://doi.org/10.1134/S0001434622010217>
- 3) V. P. Maslov, M. V. Fedoryuk, Semiclassical Approximation for Equations of Quantum Mechanics (Nauka, Moscow, 1976) [in Russian].
- 4) A. Yu. Anikin, S. Yu. Dobrokhoto, “Diophantine tori and pragmatic calculation of quasimodes for operators with integrable principal symbol,” Russ. J. Math. Phys 27 (3), 299–308 (2020).