

Вложение электрических сетей в положительный грассманиан

Научный руководитель – Талалаев Дмитрий Валерьевич

Казаков Антон Александрович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра высшей геометрии и топологии, Москва,
Россия

E-mail: anton.kazakov.4@mail.ru

Определение 1. Электрической сетью будем называть планарный, вложенный в диск, реберно-взвешенный граф, отвечающий следующим условиям:

- все вершины графа разделены на внутренние и внешние (граничные);
- граничные вершины лежат на окружности;
- веса ребер положительны и обозначают проводимости ребер.

К каждой внешней вершине прикладывается некоторое электрическое напряжение, которые индуцируют напряжения на внутренних вершинах и токи, проходящие по ребрам электрической сети. Эти токи и напряжения определяются по классическим законам Кирхгофа.

Несмотря на то, что теория электрических сетей является весьма старой и классической областью математики, в последнее время модели электрических сетей служат источником для многих новых важных результатов, связанных с интегрируемыми динамическими системами, теорией вероятностей и кластерными алгебрами. Особенный интерес представляет подход Лама [2], связывающий теорию электрических сетей с димерными моделями и вложением их в положительную часть грассманиана, теория которых восходит к пионерской работе Потникова [3]. Этот результат позволил не только получить качественно новые результаты, но и включить электрические сети в большое семейство моделей статистической физики.

В докладе будет рассказано о естественном продолжении результатов Лама – о построении вложения электрических сетей в положительную часть лагранжева грассманиана с помощью их матриц отклика. Как следствие этого вложения будет показан простой вывод теоремы Кениона-Вильсона [1].

Доклад основан на совместной работе [4].

Источники и литература

- 1) R. Kenyon and D. Wilson: Boundary partitions in trees and dimers, Trans. Amer. Math. Soc. 363 (2011), no. 3, 1325–1364.
- 2) T. Lam and P. Pilyavskyy, Electrical networks and Lie theory, Algebra Number Theory 9(6): 1401-1418 (2015). DOI: 10.2140/ant.2015.9.1401.
- 3) A. Postnikov, Total positivity, Grassmannians, and networks, arXiv:math/0609764.
- 4) Bychkov B. et al. Electrical networks, Lagrangian Grassmannians and symplectic groups //arXiv preprint arXiv:2109.13952. – 2021.