Секция «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

О $\mathfrak{H}_{\bar{\omega}\gamma}$-критических формациях конечных групп

Горепекина Анастасия Андреевна
Аспирант
Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, Брянск, Россия
E-mail: nastya3296@mail.ru

Рассматриваются только конечные группы. В теории классов групп большую роль играет понятие $\mathfrak{H}_\theta$-критической формации. Пусть $\mathfrak{H}$ — некоторый класс групп, θ — совокупность формаций, $\mathfrak{F} \in \theta$. Формация $\mathfrak{F}$ называется $\mathfrak{H}_\theta$-критической, если $\mathfrak{F} \not\subseteq \mathfrak{H}$, но все собственные θ-подформации из $\mathfrak{F}$ в классе $\mathfrak{H}$ содержатся. Изучением $\mathfrak{H}_\theta$-критических формаций для различных θ занимались А.Н. Скиба, В.М. Селькин, В.Г. Сафонов, М.М. Сорокина, М.А. Корпачева и др. (см., например, [2]). На основе σ-метода А.Н. Скибы (см. [4]), в работе [3] были построены $\bar{\omega}$-веерные формации, являющиеся естественным обобщением ω-веерных формаций (см. [1]). Цель настоящего исследования — установление условий, при которых $\bar{\omega}$-веерная формация с направлением γ является $\mathfrak{H}_\theta$-критической, где θ — совокупность всех $\bar{\omega}$-веерных формаций с направлением γ.

Используемая терминология стандартна (см., например, [1], [2]). Через $\mathfrak{G}$ обозначается класс всех конечных групп; ω — непустое подмножество множества $\mathbb{P}$ всех простых чисел; $\bar{\omega} = \{\omega_i \mid i \in I\}$ — произвольное разбиение множества ω, т.е. $\omega = \cup_{i\in I}\omega_i$, $\omega_i \neq \varnothing$ для любого $i \in I$, и $\omega_i \cap \omega_j = \varnothing$ для любых $i, j \in I$, $i \neq j$. Функция $f\ :\ \bar{\omega} \cup \{0\} \to \{$формации групп$\}$, где $f(0) \neq \varnothing$, называется $\bar{\omega}F$-функцией; функция $\gamma : \bar{\omega} \to \{$непустые формации Фиттинга групп$\}$, удовлетворяющая условию $\mathfrak{G}_{\omega_i'} \subseteq \gamma(\omega_i)$ для любого $\omega_i \in \bar{\omega}$, называется $\bar{\omega}FR$-функцией. Для любой группы G полагаем $\bar{\omega} \cap \pi(G) = \{\omega_i \in \bar{\omega} \mid \omega_i \cap \pi(G) \neq \varnothing\}$. Формация $\mathfrak{F} = \{G \in \mathfrak{G} \mid G/O_\omega(G) \in f(0)$ и $G/G_{\gamma(\omega_i)} \in f(\omega_i)$ для любого $\omega_i \in \bar{\omega} \cap \pi(G)\}$ называется $\bar{\omega}$-веерной формацией с направлением γ и $\bar{\omega}$-спутником f [3]. Через $\bar{\omega}F(G, \gamma)$ обозначается $\bar{\omega}$-веерная формация с направлением γ, порожденная группой G; γ — bp-направление, если $\gamma(\omega_i)\mathfrak{G}_{\omega_i} = \gamma(\omega_i) = \mathfrak{G}_{\omega_i'}\gamma(\omega_i)$ для любого $\omega_i \in \bar{\omega}$; γ_2 — направление $\bar{\omega}$-центральной формации, т.е. $\gamma_2(\omega_i) = \mathfrak{S}_{c\omega_i}$ любого $\omega_i \in \bar{\omega}$ [3].

$\mathfrak{H}_\theta$-критическую формацию назовем $\mathfrak{H}_{\bar{\omega}\gamma}$-критической, если θ — совокупность всех $\bar{\omega}$-веерных формаций с направлением γ.

Теорема 1. *Пусть $\mathfrak{H}$ — $\bar{\omega}$-веерная формация с bp-направлением γ, удовлетворяющим условию $\gamma \leq \gamma_2$, и максимальным внутренним $\bar{\omega}$-спутником h, $\mathfrak{F} = \bar{\omega}F(G, \gamma)$ — $\bar{\omega}$-веерная формация с минимальным $\bar{\omega}$-спутником f, G — монолитическая группа с монолитом $P = G^{\mathfrak{H}}$ таким, что в случае $\pi(P) \cap \bar{\omega} = \varnothing$ формация $f(0)$ является $h(0)$-критической, а в случае, когда $\pi(P) \cap \bar{\omega} \neq \varnothing$, справедливо равенство $\pi(P) \cap \bar{\omega} = \{\omega_i\}$, $f(\omega_i)$ является $h(\omega_i)$-критической формацией, P — абелева группа и $\Phi(G) = 1$. Тогда формация $\mathfrak{F}$ является $\mathfrak{H}_{\bar{\omega}\gamma}$-критической формацией.*

Источники и литература

1) Ведерников В. А. О новых типах ω-веерных формаций конечных групп // Українськиий математичный конгресс — 2001. Київ: Праці, Секція 1, 2002. С. 36–45.

2) Скиба А. Н. Алгебра формаций. Минск: Беларуская навука, 1997.

3) Сорокина М. М., Горепекина А. А. $\bar{\omega}$-Веерные формации конечных групп // Чебышевский сборник — 2001. Т.22, №3 (79). С. 233–246.

4) Skiba A. N. On σ-properties of finite groups I // Problems of Physics, Mathematics and Technics — 2014. №4 (21). С. 89–96.