

Displacement Calculus и гиперграфовое исчисление Ламбека

Пшеницын Тихон Григорьевич

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра математической логики и теории
алгоритмов, Москва, Россия
E-mail: ptihon@yandex.ru

В работе [3] введено обобщение исчисления Ламбека на гиперграфы, называемое гиперграфовым исчислением Ламбека HL. Идея данного исчисления основана на аналогичных принципах, что и исчисление Ламбека, однако его типы и секвенции конструируются с помощью обобщенных гиперграфовых операций (определения касательно гиперграфов берутся из [1]); для данного исчисления можно определить L-модели, основанные на гиперграфовых языках. Также можно определить понятие гиперграфовых грамматик Ламбека.

Другое обобщение исчисления Ламбека — Displacement Calculus, исчисление, введенное в [2]. Его предназначение — моделировать лингвистические эффекты типа разрывных идиом (пример: *give ... the cold shower*) и эффекта крысолова. Типы в данном исчислении строятся с помощью операций \bullet , $/$, \backslash , \downarrow_k , \uparrow_k , \odot_k и разделены на сорта, а именно, на классы, соответствующие натуральным числам; в исчислении имеются примитивные типы сорта 0 и константы I (сорта 0) и J (сорта 1).

Автором данной работы установлена следующая

Теорема. Исчисление D (displacement calculus) вкладывается в HL.

Построенное вложение моделирует сорт типов с помощью использования гиперребер, прикрепляющихся к разному числу вершин (а именно, типу сорта i будет соответствовать гиперребро, прикрепляющееся к $2i + 2$ вершинам). Примеры перевода некоторых типов из исчисления D в исчисление HL представлены на рис. 1 (в нем p, q, r — примитивные типы; A_i, B_i — типы сорта i ; $s = 2k + 2j + 1$, $t = 2i + 2j$). Операции $/$, \backslash , \downarrow_k , \uparrow_k вкладываются с помощью аналогичных графовых конструкций, что и на данном рисунке; при этом, следует отметить, умножение \bullet реализуется разными вариантами гиперграфов в зависимости от сортов A_i и B_j . Пример вложения секвенции представлен на рис. 2 (верхняя секвенция взята из [2]).

Преимуществом гиперграфового представления D является визуализация, “высвечивание” его внутренней структуры. Более того, аксиомы и правила D можно, наоборот, вывести из общих аксиом и правил HL, ограничивая их на частные виды гиперграфов, как в примерах выше.

Следствием Теоремы является уже доказанный в [2] результат об устранимости сечения для D (так как для HL она имеет место); помимо этого, порождающие способности грамматик над D реализуются и в HL.

Автором также исследованы иные вопросы, связанные с взаимосвязью HL и D, в том числе альтернативные способы вложения, не использующие гиперребра неограниченно большого размера.

Источники и литература

- 1) Drewes, Frank, Hans-Jörg Kreowski and Annegret Habel. "Hyperedge Replacement, Graph Grammars." Handbook of Graph Grammars (1997).
- 2) Morrill, Glyn, Oriol Valentín and Mario Fadda. "The Displacement Calculus." Journal of Logic, Language and Information 20 (2011): 1-48.
- 3) Pshenitsyn, Tikhon. "Powerful and NP-Complete: Hypergraph Lambek Grammars." ICGT (2021).

Иллюстрации

D	HL
$p \bullet q$	$\times \left((1) \bullet \xrightarrow{1} \boxed{p} \xrightarrow{2} \bullet \xrightarrow{1} \boxed{q} \xrightarrow{2} \bullet (2) \right)$
$A_i \bullet B_j$	$\times \left((1) \bullet \xrightarrow{1} \boxed{A_i} \xrightarrow{2} \bullet \xrightarrow{1} \boxed{B_j} \xrightarrow{2} \bullet (2) \right)$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> $\begin{matrix} \bullet \\ \searrow^3 \\ (3) \end{matrix}$ </div> <div style="text-align: center;"> \dots </div> <div style="text-align: center;"> $\begin{matrix} \bullet \\ \searrow^{2i+2} \\ (2i+2) \end{matrix}$ </div> <div style="text-align: center;"> \bullet </div> <div style="text-align: center;"> $\begin{matrix} \bullet \\ \searrow^3 \\ (2i+3) \end{matrix}$ </div> <div style="text-align: center;"> \dots </div> <div style="text-align: center;"> $\begin{matrix} \bullet \\ \searrow^{2j+2} \\ (2i+2j+2) \end{matrix}$ </div> </div>
$A_i \odot_k B_j$	$\times \left(\begin{matrix} (1) \bullet & \xrightarrow{1} & \boxed{A_i} & \xrightarrow{2} & \bullet & (2) \\ \bullet & \searrow^3 & & & \bullet & \searrow^{2i+2} \\ (3) & & & & & \end{matrix} \right)$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> $\begin{matrix} \bullet \\ \searrow^4 \\ (4) \end{matrix}$ </div> <div style="text-align: center;"> \dots </div> <div style="text-align: center;"> $\begin{matrix} \bullet \\ \searrow^{2k} \\ (2k) \end{matrix}$ </div> <div style="text-align: center;"> \bullet </div> <div style="text-align: center;"> $\begin{matrix} \bullet \\ \searrow^{2k+1} \\ (2k+1) \end{matrix}$ </div> <div style="text-align: center;"> \bullet </div> <div style="text-align: center;"> $\begin{matrix} \bullet \\ \searrow^{2k+2} \\ (2k+2) \end{matrix}$ </div> <div style="text-align: center;"> \bullet </div> <div style="text-align: center;"> $\begin{matrix} \bullet \\ \searrow^{2k+3} \\ (2k+3) \end{matrix}$ </div> <div style="text-align: center;"> \bullet </div> <div style="text-align: center;"> $\begin{matrix} \bullet \\ \searrow^{2j+2} \\ (s) \end{matrix}$ </div> <div style="text-align: center;"> \dots </div> <div style="text-align: center;"> $\begin{matrix} \bullet \\ \searrow^{2j+2} \\ (t-1) \end{matrix}$ </div> </div>
J	$\times \left(\begin{matrix} (1) & (2) \\ \bullet & \bullet \\ (3) & (4) \end{matrix} \right)$

Рис. 1. Примеры вложения типов D в типы HL.

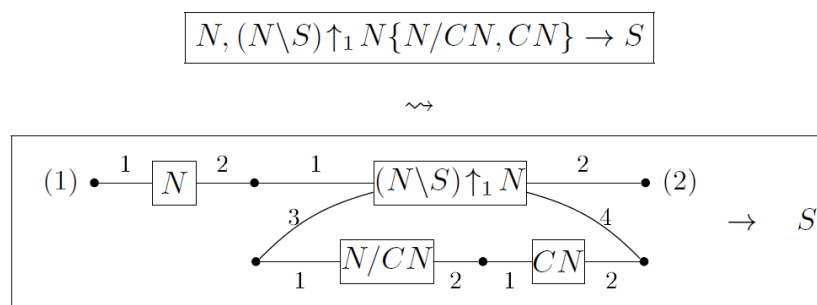


Рис. 2. Пример вложения секвенции из D в HL.