

**О принципе суперпозиции для уравнения Колмогорова**

**Красовицкий Тихон Ильич**

*Аспирант*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра математического анализа, Москва,  
Россия

*E-mail: tik714@yandex.ru*

Определим оператор

$$Lu = \sum_{i,j=1}^d a^{ij} \partial_{x_i} \partial_{x_j} u + \sum_{i=1}^d b^i \partial_{x_i} u$$

и рассмотрим вероятностные решения уравнения Колмогорова  $\partial_t \mu_t = L^* \mu_t$ . Будем говорить, что для решения  $\{\mu_t\}$  выполняется принцип суперпозиции, если существует такая вероятностная борелевская мера  $P$  на пространстве непрерывных кривых  $C([0, T], \mathbb{R}^d)$ , что для всякого  $t \in [0, T]$  верно равенство  $P \circ e_t^{-1} = \mu_t$ , где  $e_t(\omega(\cdot)) = \omega(t)$ , и для всякой функции  $\varphi \in C_0^2(\mathbb{R}^d)$  отображение

$$(t, \omega) \mapsto \varphi(\omega(t)) - \varphi(\omega(0)) - \int_0^t L\varphi(s, \omega(s)) ds$$

является мартингалом относительно меры  $P$  и естественной фильтрации.

Задача о достаточных условиях справедливости принципа суперпозиции широко исследовалась в последние годы (см. [1], [2]). Существенным условием в известных результатах является ограниченность коэффициентов уравнения или, по крайней мере, ограничение роста радиальных составляющих этих коэффициентов.

В докладе мы представим новые достаточные условия принципа суперпозиции. Идея результата заключается в том, чтобы с помощью замены координат убрать растущую на бесконечности часть коэффициента сноса в том случае, когда для этой части существует функция Ляпунова. Так, удастся ослабить условия на ограниченность коэффициентов и построить новые примеры уравнений, для которых выполняется принцип суперпозиции. В рассматриваемых условиях замена координат может привести к уравнению на ограниченной области. В связи с этим мы приведем также новые вспомогательные результаты о преобразовании меры  $P$  и оператора  $L$  при этой замене, а также о принципе суперпозиции для уравнения на области.

Работа поддержана стипендией Фонда развития теоретической физики и математики и Центром фундаментальной и прикладной математики МГУ.

**Источники и литература**

- 1) Красовицкий Т.И., Шапошников С.В. Принцип суперпозиции для уравнений Фоккера–Планка–Колмогорова с неограниченными коэффициентами // Функциональный анализ и его прил., **56**:4 (2022), 59–79.
- 2) Bogachev V.I., Röckner M., Shaposhnikov S.V. On the Ambrosio–Figalli–Trevisan superposition principle for probability solutions to Fokker–Planck–Kolmogorov equations // J. Dynamics Differ. Equ., **33** (2021), 715–739.
- 3) Trevisan D. Well-posedness of multidimensional diffusion processes with weakly differentiable coefficients // Electron. J. Probab., **21** (2016), 1–41.