

**Корректная разрешимость и спектральный анализ
интегро-дифференциальных уравнений**

Панкратова Елена Виталиевна

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра математического анализа, Москва,
Россия

E-mail: epankratova213@gmail.com

Рассмотрим абстрактное интегро-дифференциальное уравнение второго порядка в сепарабельном гильбертовом пространстве H :

$$\frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \int_0^t Q(t-s) \frac{du(s)}{ds} ds + A^2 u(t) - \int_0^t K(t-s) A^2 u(s) ds = f(t), t \in \mathbb{R}_+ \quad (1)$$

с начальными условиями

$$u(+0) = \varphi_0, u'(+0) = \varphi_1 \quad (2)$$

Здесь A - линейный оператор, действующий в H . $A : Dom(A) \rightarrow H$ - самосопряженный, положительно определенный, обратный к нему компактный. При этом предполагается, что скалярные функции $Q(t)$ и $K(t)$ допускают представления

$$Q(t) = \sum_{k=1}^{\infty} d_k e^{-\gamma_k t}, \quad K(t) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k e^{-\gamma_k t}, \quad (3)$$

где числа $c_k > 0, d_k > 0, 0 < \gamma_1 < \dots < \gamma_k \rightarrow \infty, k \in \mathbb{N}$. Задача (1) - (2) является операторной моделью уравнения Гуртина-Пипкина [2], возникающего в теории теплопроводности, изучению которого посвящено большое количество работ.

В данной работе установлен результат о корректной разрешимости уравнения (1), а также проведен спектральный анализ оператор-функции, возникающей в результате применения преобразования Лапласа к левой части (1).

Представленное исследование опирается на работу [1], где был рассмотрен случай $Q \equiv 0$.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Междисциплинарной научно-образовательной школы МГУ «Математические методы анализа сложных систем», а также Московского центра фундаментальной и прикладной математики.

Источники и литература

- 1) Власов В.В., Раутиан Н.А. Спектральный анализ функционально-дифференциальных уравнений: Монография.
- 2) Pipkin A.C., Gurtin M.E. «A General theory of heat conduction with finite wave speeds» // Arch. for Rational Mech. and Anal. 1968. V.31. P. 113-126.