

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

**Об омбилических катастрофах решений систем квазилинейных уравнений газовой динамики**

**Шавлуков Азамат Мавлетович**

*Аспирант*

Институт математики с вычислительным центром Уфимского научного центра РАН,  
Уфа, Россия

*E-mail: aza3727@yandex.ru*

Рассмотрена типичная с точки зрения математической теории катастроф омбилическая особенность решения системы уравнений одномерной газовой динамики

$$\begin{cases} u_t + uu_x + \alpha(\rho)\rho_x = 0, \\ \rho_t + (\rho u)_x = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\alpha(\rho) = \rho^{-1}p_\rho > 0$ ,  $p$  – уравнение состояния газа. Функция  $\alpha(\rho)$  – бесконечно дифференцируемая.

Система переписывается в терминах инвариантов Римана и переводится в диагональную систему квазилинейных уравнений.

В окрестности точки потери гладкости решение описывается каноническим уравнением сечения гиперболической омбилики. В качестве примеров рассмотрены важные частные случаи: одноатомный газ, случай Чаплыгина и случай Бехерта-Станюковича.

Представлены некоторые предварительные результаты по аналогичному исследованию эллиптической системы со знаком минус перед функцией  $\alpha(\rho)$ .

Исследование выполнено совместно с Б.И. Сулеймановым.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-11-00006, <https://rscf.ru/project/21-11-00006/>

**Источники и литература**

- 1) Bogaevsky, I.A., Tunitsky, D.V. Singularities of Multivalued Solutions of Quasilinear Hyperbolic Systems // Proc. Steklov Inst. Math. 2020. Vol. 308. P. 67–78.
- 2) Kudashev V. R., Suleimanov B. I. Characteristic features of some typical spontaneous intensity collapse processes in unstable media // JETP Letters. 1995. Vol. 62, iss. 4. P. 382-388.
- 3) Kudashev V. R., Suleimanov B. I. The effect of small dissipation on the onset of one-dimensional shock waves // J. Appl. Math. Mech. 2001. Vol. 65, iss. 3. P. 441-451.
- 4) Rakhimov A. Kh. Singularities of Riemannian invariants // Funct. Anal. Its. Appl. 1993. Vol. 27, iss. 4. P. 39–50.
- 5) Shavlukov A. M., Suleimanov B. I. A Typical Dropping Cusp Singularity of Solutions to Equations of a One-Dimensional Isentropic Gas Flow // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. 2020. Vol. 84, iss. 5. P. 552-554.
- 6) Dubrovin B. A., Grava T, Clein C. On Universality of Critical Behaviour in the Critical Behaviour in the Focusing Nonlinear Schrödinger Equation. Elliptic Umbilic Catastrophe and the Tritonque to the Painleve-I Equation // Journal of Nonlinear Science. 2009. Vol. 19, iss. 1. P. 57-94.

- 7) Сулейманов Б. И., Некоторые типичные особенности решений уравнений с малым параметром, Дис. докт. физ.-матем. наук, Институт математики с вычислительным центром Уфимского научного центра РАН, Уфа, 2009
- 8) Shavlukov A. M., Suleimanov B. I. Inheritance of Generic Singularities of Solutions of a Linear Wave Equation by Solutions of Isoentropic Gas Motion Equations // Math. Notes. 2022. Vol. 112, iss. 4. P. 608–620