Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Необходимые условия сильного локального экстремума в изопериметрической задаче и в задаче со старшими производными

Аскерова Нармина Юсиф кызы
Студент (магистр)
Бакинский филиал Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова, Факультет прикладной математики, Баку, Азербайджан
E-mail: narmina2000@gmail.com

НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ СИЛЬНОГО ЛОКАЛЬНОГО ЭКСТРЕМУМА В ИЗОПЕРИМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ И В ЗАДАЧЕ СО СТАРШИМИ ПРОИЗВОДНЫМИ

Аскерова Нармина Юсиф гызы

narmina2000@gmail.com

Студентка 2-го курса магистратуры

**Филиал МГУ имени М. В.Ломоносова в г.Баку,
факультет прикладной математики, Баку, Азербайджан**

В работе формулируются и доказываются теоремы о необходимых условиях сильного локального экстремума в изопериметрической задаче и в задаче со старшими производными. Эти теоремы доказывются на основе принципа максимума Понтрягина как в случае с простейшей задачей вариационного исчисления изложенной в [1].

Рассмотрим изопериметрическую задачу (для определенности задачу на минимум) в пространствах $C^1([t_0;\, t_1],\mathbb{R})$

$$J_0(x(\cdot)) \to \min;\ \ J_i(x(\cdot)) = \alpha_i,\ \ i = 1,\dots,m;\ \ \begin{array}{l} x(t_0) = x_0, \\ x(t_1) = x_1, \end{array} \qquad (P)$$

где $\alpha_i \in \mathbb{R},\ J_i(x(\cdot)) := \int\limits_{t_0}^{t_1} f_i(t,x,\dot{x})\,dt,\ \ i = 0,1,\dots,m.$

Пусть $\hat{x} \in C^1([t_0;t_1])$ доставляет сильный локальный минимум в задаче, $f_i, i = 0,\dots,m$, непрерывно-дифференцируемые в некоторой окрестности расширенного графика $\Gamma_{\hat{x}\dot{\hat{x}}}$. Тогда на $\hat{x}$ выполняется уравнение Эйлера и условие Вейерштрасса. Если при этом существует $f_{\dot{x}\dot{x}}$, то выполняется условие Лежандра, где $f = \sum\limits_{i=0}^{m} \lambda_i f_i(t,x,\dot{x})$. Рассмотрим задачу со старшими производными в пространстве $C^n([t_0;t_1])$

$$J(x(\cdot)) = \int_{t_0}^{t_1} L(t,x,\dot{x},\ddot{x},\dots,x^{(n)})dt \to \min;$$

$$x^{(k)}(t_0) = x_{k0}, x^{(k)}(t_1) = x_{k1}, k = 0,\dots,n-1.$$

Пусть $\hat{x} \in C^n([t_0;t_1])$ доставляет сильный локальный минимум в задаче, интегрант L непрерывно-дифференцируемый n раз в некоторой окрестности расширенного графика $\Gamma_{\hat{x}\dot{\hat{x}}\dots\hat{x}^{(n)}}$. Тогда на $\hat{x}$ выполняется уравнение Эйлера–Пуассона и условие Вейерштрасса. Если при этом существует $L_{x^{(n)}x^{(n)}}$, то выполняется условие Лежандра.

Список литературы

[1] *Галеев Э.М.* Методы оптимизации. Баку: 2016.

[2] *Галеев Э.М.* Оптимизация:Теория.Примеры.Задачи. Москва: Наука, 2010.