Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Разрешимость задач двухфазной фильтрации в пороупругой среде

Научный руководитель – Папин Александр Алексеевич

Гилев Павел Вячеславович

Студент (магистр)

Алтайский государственный университет, Математический факультет, Кафедра дифференциальных уравнений, Барнаул, Россия E-mail: pavel.qilev.2000@mail.ru

Математическая модель двухфазной фильтрации в пороупругой среде описывается следующей системой уравнений [1]:

$$\begin{split} \frac{\partial s_i \phi \rho_i^0}{\partial t} + \nabla \cdot \left(s_i \phi \vec{u}_i \rho_i^0 \right) &= 0, \\ s_i \phi (\vec{u}_i - \vec{u}_3) &= K_0 \frac{k_{0i}}{\mu_i} (\nabla p_i - \vec{g} \rho_i), i = 1, 2, \\ s_1 + s_2 &= 1, p_2 - p_1 = p_c(x, s_1), \\ \frac{\partial (1 - \phi) \rho_3^0}{\partial t} + \nabla \cdot \left((1 - \phi) \vec{u}_3 \rho_3^0 \right) &= 0, \\ \nabla \cdot \vec{u}_3 &= -a_1(\phi) p_e - a_2(\phi) \left(\frac{\partial p_e}{\partial t} - \vec{u}_3 \cdot \nabla p_e \right), \\ \nabla p_{tot} &= -\rho_{tot} \vec{g}, \end{split}$$

где $s_i, p_i, \rho_i^0, \vec{u}_i$ - соответственно насыщенность, давление, истинная плотность и скорость і-той фазы, $K_0(\phi)$ тензор фильтрации, k_{0i} - коэффициенты проницаемости, μ_i - коэффициенты вязкости, \vec{g} - вектор ускорения силы тяжести, ϕ - пористость, p_c - капилярный скачок, $a_1(\phi)$ и $a_2(\phi)$ коэффициенты объемной вязкости и объемной сжимаемости соответственно, $p_e = p_{tot} - (s_1p_1 + s_2p_2), \, p_{tot} = p_3(1-\phi) + (p_1s_1 + p_2s_2)\phi$ - эффективное и полное давление, $\rho_{tot} = (1-\phi)\rho_3^0 + \phi(s_1\rho_1^0 + s_2\rho_2^0)$ - общая плотность. Данная модель является обобщением известной модели Маскета Леверетта [2]. В работе исследуется разрешимость задач для данной модели.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ по теме «Современные методы гидродинамики для задач природопользования, индустриальных систем и полярной механики» (номер темы: FZMW-2020-0008).

Источники и литература

- 1) Гилев. П.В., Папин А.А. Существование слабого решения двумерной задачи фильтрации в тонком пороупругом слое // Известия Алтайского государственного университета.— 2022.— Т.126,— № 4.— С. 93-98.
- 2) Папин А.А. Краевые задачи двухфазной фильтрации. 2009. 220 с.