

Трехмерный бильярд внутри эллипсоида в пространстве Минковского $\mathbb{R}^{2,1}$

Белозеров Глеб Владимирович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и
приложений, Москва, Россия
E-mail: gleb0511beloz@yandex.ru

Согласно теореме Якоби–Шаля геодезический поток на n -осном эллипсоиде в евклидовом n -мерном пространстве является интегрируемой гамильтоновой системой. Этот результат верен не только для евклидова, но и для любого псевдоевклидова пространства $\mathbb{R}^{p,q}$. Устремляя меньшую полуось эллипсоида к нулю, нетрудно получить интегрируемость бильярда, ограниченного эллипсоидом в произвольном псевдоевклидовом пространстве.

Бильярды в псевдоевклидовом пространстве $\mathbb{R}^{1,1}$, ограниченные дугами софокусных квадрик, изучались В. Драговичем, М. Раднович, Е. Е. Каргиновой. В. Драгович и М. Раднович в работе [1] описали топологию слоения Лиувилля эллиптического бильярда на плоскости Минковского. Е. Е. Каргинова в статье [2] классифицировала с точностью до лиувиллевой эквивалентности все бильярды на плоскости Минковского, ограниченные дугами софокусных квадрик.

Настоящий доклад посвящен трехмерному бильярду в $\mathbb{R}^{2,1}$, ограниченному трехосным эллипсоидом. Как уже было отмечено, это система является интегрируемой по Лиувиллю в кусочно-гладком смысле. Более того, первые интегралы этого бильярда имеют наглядную геометрическую интерпретацию. Для этой системы построена бифуркационная диаграмма, найдены прообразы регулярных значений отображения момента, а также описаны 1-перестройки торов Лиувилля.

Работа выполнена в МГУ им. М. В. Ломоносова при поддержке гранта РНФ № 22-71-00111

Источники и литература

- 1) В. Драгович, М. Раднович, “Топологические инварианты эллиптических бильярдных и геодезических потоков на эллипсоиде”, *Фундамент. и прикл. матем.*, **20**:3 (2015), 51–64.
- 2) Е. Е. Каргинова, “Слоение Лиувилля топологических бильярдных на плоскости Минковского”, *Фундамент. и прикл. матем.*, **22**:6 (2019), 123–150