О пересечениях копий плоских самоподобных дендритов

Аллабергенова Клара Бекиммат кизи
Аспирант
Новосибирский национальный исследовательский государственный университет,
Новосибирск, Россия
E-mail: k.allabergenova@g.nsu.ru

Пусть $\mathcal{S} = \{S_1, ..., S_m\}$ — система сжимающих подобий на плоскости. Непустой компакт K называется *аттрактором* системы $\mathcal{S}$, если $K = S_1(K) \cup ... \cup S_m(K)$. Говорят, что система $\mathcal{S}$ удовлетворяет *условию открытого множества* (OSC), если существует такое открытое множество U, что для любых $S_i, S_j \in \mathcal{S}$, $S_i(U) \subset U$ и $S_i(U) \cap S_j(U) = \varnothing$.

Если аттрактор K системы $\mathcal{S}$ связен и не содержит простых замкнутых кривых, то K является *самоподобным дендритом* [1]. Как известно, в этом случае порядки ветвления точек K ограничены [2].

Так как K – дендрит, для любых $S_i, S_j \in \mathcal{S}$ пересечения $(S_i(K) \cap S_j(K))$ его копий являются поддендритами в K. Если хотя бы один из таких поддендритов K' отличен от точки или жордановой дуги, то его множество точек ветвления всюду плотно в K', поэтому открытое множество U для системы $\mathcal{S}$ несвязно.

Теорема 1. Если для некоторых $S_i, S_j \in \mathcal{S}$ пересечение $(S_i(K) \cap S_j(K))$ отлично от точки или жордановой дуги, то при любом выборе открытого множества U в условии OSC, U является счетным объединением связных компонент.

Теорема 2. Для любого $n \geq 2$ существует такая система $\mathcal{S} = \{S_1, ..., S_m\}$, $m > n$ сжимающих подобий на плоскости, атрактор которой является дендритом K со следующим свойством: существует такой поддендрит $K' \subset K$, что для любых неравных $i, j \in \{1, ..., n\}$, пересечение копий $(S_i(K) \cap S_j(K))$ равно K'. При этом $\mathrm{dim_H K'} < \mathrm{dim_H K}$.

Источники и литература

1) Samuel M., Tetenov A. V., Vaulin D. A, Self-similar dendrites generated by polygonal systems in the plane // Sib. El. Math. Rep., № 14 (2017), C. 737 – 751.
2) Tetenov A. V., Finiteness properties for self-similar sets, arxiv.org/abs/2003.04202, (2020)