

Время вырождения докритического двулолого ветвящегося процесса с большим начальным числом частиц

Абдюшев Марат Равильевич

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра математической статистики и
случайных процессов, Москва, Россия

E-mail: marazaur13rus@gmail.com

В данной работе рассматривается предельная теорема для двулолых ветвящихся процессов.

Пусть $(X_{n,i}, Y_{n,i})$ — независимые одинаково распределенные (н.о.р.) случайные векторы с целыми неотрицательными компонентами и $\mathbf{EX} := \mathbf{EX}_{i,j}$, $\mathbf{EY} := \mathbf{EY}_{i,j}$, положим

$$N_0 = N, \quad N_{n+1} = \min \left(\sum_{i=1}^{N_n} X_{n,i}, \sum_{j=1}^{N_n} Y_{n,j} \right).$$

Назовем N_n двулолым ветвящимся процессом.

Двулолый ветвящийся процесс, являющийся модификацией стандартного процесса Гальтона - Ватсона, был введен в 1968 году в статье D. J. Daley. В 1986 году J. H. Bagley в работе исследовал асимптотические свойства надкритического ветвящегося процесса, то есть в случае $\mathbf{EX}, \mathbf{EY} > 1$. Обзор литературы, касающейся двулолых ветвящихся процессов, актуальной на начало 21 века можно посмотреть в статье D. M. Hull.

Большинство исследований асимптотического поведения двулолого ветвящегося процесса посвящены надкритическому случаю, мы же рассмотрим предельную теорему для докритического случая $\mathbf{EX} < 1, \mathbf{EX} \leq \mathbf{EY}$.

Теорема 1. Пусть N_n — двулолый ветвящийся процесс с начальным числом частиц *обоих полов* $N_0 = N$, T_N — время вырождения процесса. Тогда при выполнении условий $\mathbf{DX} := \mathbf{DX}_{i,j} < \infty, \mathbf{DY} := \mathbf{DY}_{i,j} < \infty$, для любой расходящейся к $+\infty$ последовательности $\{a_i\}_{i=1}^{\infty}$ выполнено соотношение:

$$\frac{T_N - \log_{\frac{1}{\mathbf{EX}}} N}{a_N} \xrightarrow{P} 0, N \rightarrow \infty.$$

В докладе также будут обсуждены принципиальные отличия между обычными ветвящимися процессами и двулолыми.

Источники и литература

- 1) J. H. Bagley. On the Asymptotic Properties of a Supercritical Bisexual Branching Process. Journal of Applied Probability, Vol. 23, No. 3 (Sep., 1986), pp. 820-826.
- 2) D. J. Daley. Extinction Conditions for Certain Bisexual Galton-Watson Branching Processes. 1968.
- 3) D. M. Hull. A Survey of the Literature Associated with the Bisexual Galton-Watson Branching Process. Extracta Mathematicae, Vol. 18, Núm. 3, 321 – 343 (200).