Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Операторы свертки, возникающие в ветвящихся случайных блужданиях.

Научный руководитель – Яровая Елена Борисовна

Каратов Рустам Бахрузович

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,

Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия

E-mail: rustamik21121999@yandex.ru

Рассматривается ветвящееся случайное блуждание (ВСБ) с непрерывным временем по многомерной целочисленной решетке $\mathbb{Z}^d$, $d \in \mathbb{N}$. Несмотря на то, что ВСБ начали исследовать только во второй половине прошлого столетися, ВСБ изучались многими авторами, например, исследование Яровой Е.Б. поведения ВСБ с одним центром генерации частиц в начале координат и отсутствием поглощающих источников в различных предположениях о дисперсии скачков в работах в [1], [3], [4] . Как правило, авторы предполагали, что ВСБ симметрично, но в представленной работе мы откажемся от этого предположения и рассмотрим генератор блуждания отличный от симметричного с нарушением симметрии блуждания в источнике. Оператор, описывающий блуждание, уже не является самосопряженным, но в работах [5] и [6]представлен подход, благодаря которому текущий оператор можно свести к самосопряженному. Будем также предполагать, что во всех точках решетки находятся источники, называемые поглощающими, в которых частицы могут только гибнуть, за исключением начала координат, где возможно также размножение частиц. Как и в предыдущих исследованиях ВСБ основным объектом изучения является локальное число частиц $\mu_t(y)$ в момент времени $t \geq 0$ в точке $y \in \mathbf{Z}^d$, а также общее число частиц $\mu_t = \sum_{y \in \mathbf{Z}^d} \mu_t(y)$ на решетке. Целью является вывод дифференциальных уравнений для моментов и производящих функций Лапласа, а также асимптотический анализ локальной численности частиц $m_1(t,x,y) := \mathrm{E}_x \mu_t(y)$, численности частиц на всей решетке $m_1(t,x) := \mathrm{E}_x \mu_t$, целочисленных моментов популяции частиц $m_n(t,x) := \mathrm{E}_x \mu_t^n$. Установлено, что первые моменты локальной численности частиц и общего числа частиц удовлетворяют задаче Коши: $\dfrac{dm_1}{dt} = \mathcal{H} m_1$ с начальными условиями $m_1(0,\cdot,y) = \delta_y(\cdot)$ или $m_1(0,\cdot) \equiv 1$ соответственно, где эволюционный оператор средних численностей частиц имеет вид $\mathcal{H} = \mathcal{A} + \zeta \Delta_0 A + \beta \Delta_0 - b_0 \mathcal{I}$, здесь $\mathcal{A} : l^p(\mathbb{Z}^d) \to l^p(\mathbb{Z}^d)$, $1 \leq p \leq \infty$, — оператор блуждания, действующий по формуле $A\psi(x) = \sum\limits_{x'} a(x,x')\psi(x)$,$\Delta_x = \delta_x \delta_x^T$, $\delta_x = \delta_x(\cdot)$ — вектор-столбец на решетке, принимающий единичное значение в точке $x \in \mathbb{Z}^d$ и значение ноль в остальных точках решетки, параметр β определяется по формуле $\beta := \sum\limits_{n>1} (n-1) b_n$, где b_n — интенсивность появления у частицы $n > 1$ потомков, включая саму частицу, $b_0 > 0$ — интенсивность гибели частиц в каждой точке решетки, а $\mathcal{I}$ — единичный оператор. В [7] Получена классификация асимптотического поведения первых моментов локальной численности частиц $m_1(t,x,y)$ и общего числа частиц $m_1(t,x)$ для произвольных d-мерных решеток при $t \to \infty$. Оказалось, что оператор $\widetilde{\mathcal{A}} := \mathcal{A} + \zeta \Delta_0 \mathcal{A}$ подобен самосопряженному, т.е. можно с помощью преобразования $D^{-1} \widetilde{\mathcal{A}} D$, где $D = I + (\sqrt{1+\zeta} - 1)\Delta_0$, свести к самосопряженному.

Источники и литература

1) *Е. Б. Яровая*, Ветвящиеся случайные блуждания в неоднородной среде, Изд-во ЦПИ при мех.-матем. ф-те МГУ, М., 2007

2) *И. И. Христолюбов, Е. Б. Яровая*, “Предельная теорема для надкритического ветвящегося блуждания с источниками различной интенсивности”, Теория вероятн. и ее примен., 64:3 (2019), 456–480; Theory Probab. Appl., 64:3 (2019), 365–384, https://doi.org/10.4213/tvp5245.

3) *А. И. Рытова, Е. Б. Яровая*, “Моменты численностей частиц в ветвящемся случайном блуждании с тяжелыми хвостами”, Успехи матем. наук.– Т. 74, № 6. – С. 165–166, 2019.

4) *A. Rytova, E. Yarovaya*, “Heavy-tailed branching random walks on multidimensional lattices. A moment approach”, Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, Section A Mathematics – P. 1–22, 2020.

5) *E. B. Yarovaya*, ‘Operators Satisfying the Schur Condition and their Applications to the Branching Random Walks, Communications in Statistics’ - Theory and Methods, 43:7, 1523-1532, http://dx.doi.org/10.1080/03610926.2013.775305.

6) *Е. Б. Яровая*, “Спектральные свойства эволюционных операторов в моделях ветвящихся случайных блужданий”,Матем. заметки, 2012, том 92, выпуск 1, 123–140.

7) *Е. М. Филичкина*, “Ветвящиеся случайные блуждания с одним сильным центром генерации частиц и различным числом поглщающих центров на многомерной решетке”.