

**Нахождение достаточных условий для транзиентности решения стохастических дифференциальных уравнений с переключением.**

*Мосиевич Кирилл Викторович*

*Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия  
*E-mail: kirillmosievich@gmail.com*

Нахождению достаточных условий для эргодичности процесса с переключениями были посвящены работы: [1, 2, 3]. В работе [1] рассматривается экспоненциальный случай, работа [2] посвящена полиномиальному случаю. Помимо изучения достаточных условий эргодичности, важно исследовать транзиентный случай, по которому можно судить об оптимальности полученных результатов в эргодическом случае. В этой работе берутся обратные, но более сильные требования (остается некоторый "зазор"), к условиям, введенным в работе [1]. Что также показывает сложность в дальнейшем "улучшении" условий в работе [1]. Перейдем к постановке задачи.

На вероятностном пространстве  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{F}_t, \mathbb{P})$  с одномерным  $(\mathcal{F}_t)$ -согласованным винеровским процессом  $W = (W_t)_{t \geq 0}$  рассмотрим одномерный стохастический процесс с переключением:

$$dX_t = b(X_t, Z_t)dt + dW_t, \quad t \geq 0, \quad X_0 = x, \quad Z_0 = z, \quad (1)$$

где  $Z_t$  - марковский процесс с бинарным множеством значений  $S = \{0, 1\}$  и с (положительными) интенсивностями переключения:  $\lambda_{01} =: \lambda_+$ ,  $\lambda_{10} =: \lambda_-$ . Процесс  $Z_t$  имеет независимые с  $W$  распределения и согласован с фильтрацией  $(\mathcal{F}_t)$ , моменты переключения которого распределены экспоненциально. Предполагается, что интенсивности процесса переключения  $Z$  постоянны. В режиме  $Z_t = 0$  процесс  $X_t$  "транзиентен", в режиме  $Z_t = 1$  процесс "рекуррентен". Обозначим

$$b(x, 0) = b_-(x), \quad b(x, 1) = b_+(x),$$

$$b_+ := \|b_+(x)\| = \sup_x |b_+(x)|, \quad b_- := \|b_-(x)\| = \sup_x |b_-(x)|.$$

Основным результатом работы является следующая теорема.

**Теорема 1.** Пусть дрейфт  $b_t$  ограничен и согласован с фильтрацией  $\mathcal{F}_t$ , и  $\exists r_-, r_+ > 0$  такие, что

$$b_-(x) \geq -r_-, \quad b_+(x) \geq r_+, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

и

$$\frac{r_+}{\lambda_+} > \frac{r_-}{\lambda_-}.$$

Тогда  $X_t \xrightarrow{n.n.} \infty, t \rightarrow \infty$ .

В заключение автор выражает признательность профессору Веретенникову А. Ю. за постановку задачи и внимание к работе.

**Источники и литература**

- 1) Cloez B., Hairer M.: Exponential ergodicity for Markov processes with random switching. Bernoulli 21(1), 505–536 (2015)

- 2) Shao, J., Yuan C.: Stability of regime-switching processes under perturbation of transition rate matrices. *Nonlinear Anal. Hybrid Syst* 33, 211–226 (2019).
- 3) Veretennikov A.: Positive recurrence of a solution of an SDE with variable switching intensities. *Stoch PDE: Anal Comp* (2022).