

Рекуррентные свойства «марковских - вверх» процессов.

Научный руководитель – Веретенников Александр Юрьевич

Каликаева Диана Олеговна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: diana.kalikaeva@math.msu.ru

Рассмотрим процесс $X_n, n \geq 0$ на \mathbb{Z}_+ или на $\mathbb{Z}_{0, \tilde{N}} = \{0, \dots, \tilde{N}\}$ для некоторого $\tilde{N} \in \mathbb{N}$, $\tilde{N} < \infty$ и определим случайные величины при $N \geq 0$

$$\zeta_n := \inf(k \leq n : \Delta X_i = X_{i+1} - X_i < 0 \forall i = k, \dots, n-1).$$

$$\tau := \inf(t \geq 0 : X_t \leq N), \hat{X}_{i,n} := X_i 1(\min(\zeta_n, n) \leq i \leq n).$$

Также положим,

$$\mathcal{F}_n := \sigma(X_i : 0 \leq i \leq n), \tilde{\mathcal{F}}_n := \sigma(\zeta_n; \hat{X}_{i,n} : 0 \leq i \leq n).$$

Назовем процесс X_n марковским-вверх, если $\forall n \geq 0$

$$P(X_{n+1} = j | \mathcal{F}_n) = P(X_{n+1} = j | \tilde{\mathcal{F}}_n),$$

т.е. при движении вверх (остановке) процесс обладает марковским свойством, но как только процесс идёт вниз, его поведение начинает зависеть от траектории монотонного падения. Заметим, что "решение" повернуть вниз также является марковским в первый момент.

Данный процесс был введен в [1], также в [1] было доказано, что при определенных предположениях $\exists C > 0$ такая, что $\mathbb{E}_x \tau \leq x + C$, где $x = X_0$.

В данной работе были усилены предположения из [1] и доказано, что в этих предположениях при малых $\alpha > 0$ $\exists C_1 > 0$ такая, что $\mathbb{E}_x e^{\alpha \tau} \leq e^{2\alpha x} C_1$, в работе представлен явный вид C_1 .

Источники и литература

- 1) A.Yu. Veretennikov, M.A. Veretennikova, On Markov-up processes and their recurrence properties, Reliability: Theory Applications, Vol.17, No 3(69), 2022, 273-291