Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

О сильной состоятельности оценок ближайших соседей дифференциальной энтропии Шеннона

Научный руководитель – Булинский Александр Вадимович

Димитров Денис Валерьевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,

Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия

E-mail: den.dimitrov@gmail.com

Рассмотрим н.о.р. случайные векторы $X_1, X_2, \dots$, такие, что $law(X_1) = law(X)$, где X – случайный вектор, принимающий значения в пространстве $\mathbb{R}^d$, $d \geq 1$, и имеющий распределение P_X. Пусть X имеет плотность $f = \frac{d\mathsf{P}_X}{d\mu}$ относительно меры Лебега μ в $\mathbb{R}^d$. Исследуются оценки дифференциальной энтропии Шеннона $H(f) := -\int_{\mathbb{R}^d} f(x) \log f(x) \mu(dx)$, построенные по выборке $\mathbb{X}_n := \{X_1, \dots, X_n\}$, $n \in \mathbb{N}$. Метод построения таких оценок (см. [3]) основан на вычислении расстояний от некоторого элемента множества векторов $Z \in E$ до его k-ближайшего соседа, $k \geq 1$, в этом множестве E. В [2] для произвольного $k \geq 1$ нами были предложены широкие условия на плотность f, которые гарантируют асимптотическую несмещенность и L^2-состоятельность оценок дифференциальной энтропии Шеннона. Текущий доклад посвящен исследованию сильной состоятельности таких оценок: доказывается теорема о сильной состоятельности при ещё более широких условиях, чем в работах [1] и [2]. Доказано также, что оценки ближайших соседей дифференциальной энтропии Шеннона любой гауссовской меры в $\mathbb{R}^d$ с невырожденной ковариационной матрицей сильно состоятельны.

Источники и литература

1) Bulinski A.; Dimitrov D. Statistical estimation of the Shannon entropy // In Acta Mathematica Sinica. English series, 2019, 35, P. 17—46.

2) Bulinski A.; Dimitrov D. Statistical Estimation of the Kullback–Leibler Divergence // In Mathematics, 2021, 9, 544, P. 1–36.

3) Wang Q.; Kulkarni S.R.; Verdú S. Divergence estimation for multidimensional densities via k-nearest-neighbor distances // In IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55, P. 2392–2405.