Секция «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

О субнормальных подгрупповых функторах Виландта

Нестеров Александр Сергеевич

Аспирант

Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, Брянск, Россия

E-mail: a.s.nest@yandex.ru

Рассматриваются только конечные группы и классы конечных групп. Классом групп называется совокупность групп, содержащая с каждой своей группой и все группы, ей изоморфные. Важную роль в теории классов конечных групп играют подгрупповые функторы (см., напр., [2]). Подгрупповым функтором называется отображение θ, ставящее в соответствие каждой группе G некоторую непустую совокупность $\theta(G)$ её подгрупп, удовлетворяющее условию: $(\theta(G))^{\varphi} = \theta(G^{\varphi})$ для любого изоморфизма φ группы G; θ — унитарный подгрупповой функтор, если θ в любой группе выделяет некоторую ее характеристическую подгруппу. Субнормальным функтором Виландта называется унитарный подгрупповой функтор θ, удовлетворяющий условию $\theta(\langle A, B\rangle) = \langle \theta(A), \theta(B)\rangle$ для любых субнормальных подгрупп A и B любой группы G [2].

Пусть $\mathfrak{F}$ — непустая формация. Через $res_{\mathfrak{F}}$ обозначается подгрупповой функтор, ставящий в соответствие каждой группе G множество $\{G^{\mathfrak{F}}\}$, где $G^{\mathfrak{F}}$ — $\mathfrak{F}$-корадикал группы G, т.е. наименьшая нормальная подгруппа группы G, фактор-группа по которой принадлежит $\mathfrak{F}$ [2]. В теореме 1 установлены условия, при которых для расслоенной формации $\mathfrak{F}$ подгрупповой функтор $res_{\mathfrak{F}}$ является субнормальным функтором Виландта.

Используемые определения и обозначения стандартны: $\mathfrak{I}$ — класс всех простых групп; $K(G)$ — класс всех простых групп, изоморфных композиционным факторам группы G; $K(\mathfrak{F}) = \cup_{G\in\mathfrak{F}} K(G)$; $f : \mathfrak{I} \to \{$формации групп$\}$ и $\varphi : \mathfrak{I} \to \{$непустые формации Фиттинга групп$\}$ — функции, принимающие одинаковые значения на изоморфных группах из области определения. Формацией называется класс групп, замкнутый относительно гомоморфных образов и подпрямых произведений. Формация $\mathfrak{F} = \{G \mid G/G_{\varphi(A)} \in f(A)$ для любого $A \in K(\mathfrak{F})\}$ называется расслоенной формацией с направлением φ и спутником f, где $G_{\varphi(A)}$ — $\varphi(A)$-радикал группы G, т.е. наибольшая нормальная подгруппа группы G, принадлежащая классу $\varphi(A)$. Направление φ называется r-направлением, если $\mathfrak{G}_{A'}\varphi(A) = \varphi(A)$ для любой группы $A \in \mathfrak{I}$, где $\mathfrak{G}_{A'}$ — класс всех групп, у которых нет композиционных факторов, изоморфных группе A [1].

Теорема 1. *Пусть $\mathfrak{F}$ — расслоенная формация с r-направлением φ и спутником f. Если $res_{f(A)}$ и $res_{\varphi(A)}$ — субнормальные функторы Виландта для любой группы $A \in K(\mathfrak{F})$, то подгрупповой функтор $res_{\mathfrak{F}}$ также является субнормальным функтором Виландта.*

Из теоремы 1 в качестве следствия вытекает известный результат для композиционных формаций групп ([2], теорема 2.3.16).

Источники и литература

1) Ведерников В. А., Сорокина М. М. Ω-расслоенные формации и классы Фиттинга конечных групп // Дискрет. матем. 2001. Т. 13, № 3. С. 125–144.

2) Каморников С. Ф., Селькин М. В. Подгрупповые функторы и классы конечных групп. Мн.: Бел. навука, 2003.