

Конечные нормальные подгруппы сильно вербально замкнутых групп

Научный руководитель – Клячко Антон Александрович

Денисов Филипп

Студент (бакалавр)

Казахстанский филиал МГУ имени М.В.Ломоносова, Кафедра математики и информатики, Нур-Султан, Казахстан

E-mail: denissov.filipp@gmail.com

Подгруппа H группы G называется *вербально замкнутой* [8], если всякое уравнение вида

$$w(x_1, x_2, \dots, x_n) = h, \text{ где } w \text{ — элемент свободной группы } F(x_1, \dots, x_n) \text{ и } h \in H,$$

имеющее решение в G , имеет решение в H . Если же каждая конечная система уравнений с коэффициентами из H

$\{w_1(x_1, \dots) = 1, \dots, w_m(x_1, \dots) = 1\}$, где $w_i \in H * F(x_1, \dots, x_n)$, а $*$ — свободное произведение,

разрешимая в G разрешима в H , то H называется *алгебраически замкнутой*. Если подгруппа H алгебраически замкнута в группе G , то она в ней и вербально замкнута.

Группа G называется *сильно вербально замкнутой* [7], если она алгебраически замкнута во всякой группе, содержащей G в качестве вербально замкнутой подгруппы. Класс сильно вербально замкнутых групп довольно широк, см., например, [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7].

В работе [6] доказано, что центр любой конечной сильно вербально замкнутой группы выделяется в ней прямым сомножителем. Один из результатов настоящей работы — обобщение этого нетривиального факта на случай конечных нормальных подгрупп любых сильно вербально замкнутых групп. Следствием этого обобщения является то, что конечно порожденные нильпотентные группы с неабелевой периодической частью не сильно вербально замкнуты.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю Антону Александровичу Клячко за постановку задачи и за помощь во время работы.

Источники и литература

- 1) А. А. Клячко, А. М. Мажуга. Вербально замкнутые почти свободные подгруппы. Мат. сборник, 209:6, 2018, 75–82.
- 2) А. М. Мажуга. Свободные произведения групп сильно вербально замкнуты. Мат. сборник, 210:10, 2019, 122–160.
- 3) O. Bogopolski. Equations in acylindrically hyperbolic groups and verbal closedness. Groups, Geom. Dyn., 16:2, 2022, 613–682.
- 4) A. A. Klyachko. The Klein bottle group is not strongly verbally closed, though awfully close to being so. Canadian Mathematical Bulletin, 64:2, 2021, 491–497.
- 5) A. A. Klyachko, A. M. Mazhuga, V. Yu. Miroschnichenko. Virtually free finite-normal-subgroup-free groups are strongly verbally closed. J. Algebra, 510, 2018, 319–330.
- 6) A. A. Klyachko, V. Yu. Miroschnichenko, A. Yu. Olshanskii. Finite and nilpotent strongly verbally closed groups. J. Algebra Its Appl. (в печати).
- 7) A. M. Mazhuga. Strongly verbally closed groups. J. Algebra, 493, 2018, 171–184.
- 8) A. Myasnikov, V. Roman'kov. Verbally closed subgroups of free groups. J. Group Theory, 17:1, 2014, 29–40.