

Коммутаторная длина степеней в свободных произведениях групп

Березнюк Вадим Юрьевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра высшей алгебры, Москва, Россия
E-mail: kuynzereb@gmail.com

Давно известно, что в свободной группе неединичный коммутатор не может быть истинной степенью. В 1981 году Каллером [3] было показано, что произведение двух коммутаторов может быть третьей нетривиальной степенью. Более того, было показано, что существуют n -ые нетривиальные степени, которые раскладываются в произведение $\lfloor n/2 \rfloor + 1$ коммутатора. В 1991 Данканом и Хауи [4] было показано, что данная оценка является точной: в свободном произведении локально индикабельных групп (а значит и в свободной группе) никакая нетривиальная n -ая степень не может быть разложена в произведение меньше, чем $\lfloor n/2 \rfloor + 1$ коммутатора. В 2018 году Ивановым и Клячко [5], и независимо от них Ченом [2], было показано, что та же самая оценка остается верной и для свободного произведения произвольных групп без кручения.

В докладе будет дана аналогичная оценка для случая свободного произведения произвольных групп. Оказывается, что в данном случае минимальная возможная коммутаторная длина нетривиальной n -ой степени равняется $\lfloor n/2 \rfloor - \lfloor n/N \rfloor + 1$, где N — это минимальный возможный порядок (быть может бесконечный) неединичного элемента группы G . Более того, оказывается, что этот минимум достигается на степенях коммутатора $[a, t]$, где порядок элемента a равен N .

Доклад основан на работах [1, 6].

Источники и литература

- 1) V. Yu. Bereznyuk and A. A. Klyachko. “Commutator length of powers in free products of groups”. Proc. Edinburgh Math. Soc. 65:1 (2022), 102–119
- 2) L. Chen. “Spectral gap of scl in free products”. Proc. Amer. Math. Soc. 146:7 (2018), 3143–3151
- 3) M. Culler. “Using surfaces to solve equations in free groups”. Topology 20:2 (1981), 133–145
- 4) A. J. Duncan and J. Howie. “The genus problem for one-relator products of locally indicable groups”. Math. Z. 208:1 (1991), 225–237
- 5) S. V. Ivanov and A. A. Klyachko. “Quasiperiodic and mixed commutator factorizations in free products of groups”. Bull. London Math. Soc. 50:5 (2018), 832–844
- 6) V. Yu. Bereznyuk. “Powers with minimal commutator length in free products of groups”. arxiv.org/abs/2206.05795