Секция «Дискретная математика и математическая кибернетика»

Наименьшее количество рёбер, достаточное для гамильтоновости простого графа

Федянин Максим Игоревич
Студент (бакалавр)
Крымский федеральный университет имени В. И. Вернадского, Симферополь, Россия
E-mail: maximfedyanin10@gmail.com

Наименьшее количество рёбер, достаточное для гамильтоновости простого графа

1. Если в простом графе на n вершинах число рёбер $\geq \frac{(n-1)(n-2)}{2}+1$, то такой граф связен.
2. Существует и единственный с точностью до изоморфизма простой несвязный граф на n вершинах с числом рёбер $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$, и, следовательно, оценка из пункта 1 неуменьшаема.
3. Если в простом графе на n вершинах число рёбер $\geq \frac{(n-1)(n-2)}{2} + 2$, то такой граф гамильтонов.
4. Существует негамильтонов граф на n вершинах с $\frac{(n-1)(n-2)}{2}+1$ ребрами, и, следовательно, оценка из пункта 3 неуменьшаема.
5. $\forall n \geq 6$ существует единственный с точностью до изоморфизма простой негамильтонов граф с n вершинами и $\frac{(n-1)(n-2)}{2} + 1$ рёбрами.

Замечание: для $n = 5$ есть два неизоморфных негамильтоновых простых графа (см. рисунок), для $n = 2, 3, 4$ утверждение верно

6. (Гипотеза) В простом графе на n вершинах с числом рёбер $\frac{(n-1)(n-2)}{2} + 2$ и вершиной степени 2 ($\forall n \geq 2$ такой граф существует и единственный с точностью до изоморфизма) число гамильтоновых циклов наименьшее и равно $(n-3)!$

рисунок к замечанию к гипотезе 5