

## О предикатном задании минимальных клонов трехзначной логики

*Зданович Артем Иванович**Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
 Механико-математический факультет, Кафедра математической теории  
 интеллектуальных систем, Москва, Россия  
*E-mail: artsemzdanovich@mail.ru*

В данной работе исследуется предикатная описуемость отдельных минимальных клонов функций трехзначной логики. Замкнутые классы функций  $k$ -значной логики образуют решетку. В случае  $k = 2$  их количество счетно и Э.Пост полностью описал все замкнутые классы функций двухзначной логики в [1], [2], однако при  $k \geq 3$  их количество становится уже континуальным. Отдельный интерес представляет изучение "крайних" элементов этой решетки: верхней частью решетки являются предполные классы, нижней – минимальные клоны. В то время как предполные достаточно хорошо изучены и получены существенные результаты в [5], минимальные клоны нуждаются в дальнейших исследованиях. В частности, открытой проблемой является предикатная описуемость минимальных клонов.

Из работы Э.Поста [2] следует, что в двухзначной логике существуют 7 минимальных клонов и они предикатноописуемы. Кроме того, существует предикатное построение решетки Поста, описанное в работе Д.Н.Жука [3]. Известно, что минимальных клонов в трехзначной логике 84 и они описаны Vela Csakany [4]. Для логик больших значностей существует лишь неполная классификация, а именно разбиение на пять конечных семейств, как показал И. Розенберг в [6]. Также был установлен критерий предикатной описуемости замкнутого класса С. В. Яблонским в [7].

В дипломной работе Ольги Глюз [8] установлена предикатная описуемость минимального клона, порожденного унарной функцией, а также минимального клона, порожденной бинарной идемпотентной коммутативной ассоциативной функцией для логики любой значности. Также из работы [9] Д.Н.Жука следует, что минимальный клон, порожденный самодвойственным полуселектором предикатно описуем. Из описанного выше следует, что для одного семейства И.Розенберга полностью установлена предикатная описуемость, для оставшихся этот вопрос остается открытым и в нем получены лишь частичные продвижения.

В работе автора делается очередной шаг на пути решения этой проблемы: устанавливается предикатная описуемость новых 2 минимальных клонов второго семейства в трехзначной логике – минимальных клонов, порожденных бинарной идемпотентной функцией

$$b_7(x, y) = \begin{cases} 0 & x = 0 \vee (x = 2 \wedge y = 0) \\ 1 & x = 1 \vee (x = 2 \wedge y = 1) \\ 2 & \text{otherwise} \end{cases} \text{ и } b_8(x, y) = \begin{cases} x & (x = 0 \wedge y \neq 2) \vee (x = 2 \wedge y \neq 0) \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}.$$

Также в работе непосредственно предъявляются предикаты, задающие эти клоны. Кроме того, автору удалось установить предикатную описуемость некоторых новых свойств замкнутых классов, которые могут оказаться полезными для построения предикатов описывающих оставшиеся неизученные клоны.

**Источники и литература**

- 1) Post E. L. Introduction to a general theory of elementary propositions // Amer. J. Math. 1921. Volume 43, № 4. P. 163-165.

- 2) Post E. L. Two valued iterative systems of mathematical logic // Annals of Math. Studies, Princeton Univ. Press, 1951. V. 5.
- 3) Жук Д. Н., “Предикатный метод построения решетки Поста”, Дискрет. матем., 23:2 (2011), 115–128
- 4) B. Csakany, All minimal clones on the three-element set, Acta Cybernet. 6 (1983), no. 3, 227–238
- 5) Lau D. Function Algebras on Finite Sets 2006
- 6) I. G. Rosenberg, Minimal clones I: the five types, Lectures in universal algebra. Colloq. Math. Soc. J Bolyai, 43, North-Holland, Amsterdam, 1986, pp. 405-427.
- 7) Яблонский С. В. О строении верхней окрестности для предикатно описуемых классов в  $P_k$  // Доклады АН СССР. 1974. Т. 218, № 2. С. 304-307.
- 8) Глюз О. А. «О нижней части решётки замкнутых классов функций  $k$ -значной логики». Дипломная работа. Москва 2014.
- 9) Жук Д. Н. Решетка замкнутых классов самодвойственных функций трехзначной логики. М.: Изд-во МГУ, 2011.