Секция «Прикладная механика и управление»

Задача оптимального преследования-уклонения для двух объектов при гибридном законе пропорционального наведения

Научный руководитель – Черкасов Олег Юрьевич

Орёл Никита Андреевич
Студент (магистр)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра прикладной механики и управления,
Москва, Россия
E-mail: nikita.orel@math.msu.ru

Научный руководитель – Черкасов Олег Юрьевич

В докладе рассматривается задача оптимального преследования-уклонения [1] для двух объектов при гибридном законе пропорционального наведения [2,3]. Объекты представлены материальными точками, движущимися в горизонтальной плоскости, θ – угол между линией PE и осью Ox, β – угол между линией PE и направлением вектора скорости преследователя v_P, α – угол между линией PE и направлением вектора скорости цели v_E.

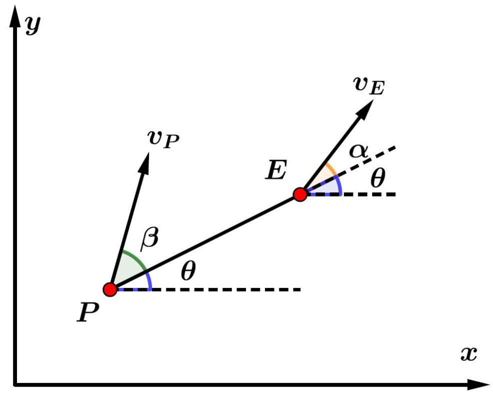

Рис. : Модель объектов на плоскости

Уравнения движения материальных точек в безразмерном виде

$$\dot{r} = \cos\alpha - b\cos\beta, \quad \dot{\beta} = \frac{u}{r}\left(b\sin\beta - \sin\alpha\right), \tag{1}$$

где r – расстояние между объектами, $b = v_P/v_E$ – отношение скоростей участников, $u = 1-k$ – управление (кусочно-непрерывная функция, $u_1 \leqslant u \leqslant u_2 < 0$), $k > 1$ – коэффициент в законе пропорционального наведения ($\dot{\beta} = k\dot{\theta}$). Вторым управлением в системе является угол α. Начальные условия имеют вид

$$r\left(0\right) = r_0; \quad \beta\left(0\right) = \beta_0. \tag{2}$$

Кинематические уравнения

$$\dot{x}_1 = \cos\left(\theta+\beta\right), \quad \dot{y}_1 = \sin\left(\theta+\beta\right), \quad \dot{x}_2 = b\cos\left(\theta+\alpha\right), \quad \dot{y}_2 = b\sin\left(\theta+\alpha\right), \tag{3}$$

где (x_1, y_1) – координаты преследователя P, (x_2, y_2) – координаты цели E. Начальные положения объектов заданы.

$$x_1\left(0\right) = x_{10}, \quad y_1\left(0\right) = y_{10}, \quad x_2\left(0\right) = x_{20}, \quad y_2\left(0\right) = y_{20}, \quad \theta\left(0\right) = \theta_0. \tag{4}$$

Время окончания процесса T фиксировано. Цель управления для задачи уклонения – максимизация конечного расстояния между объектами

$$J\left(\alpha\left(\cdot\right), u\left(\cdot\right)\right) = -r\left(T\right) \to \min_{\alpha,u}, \tag{5}$$

для задачи преследования-встречи – минимизация конечного расстояния между объектами

$$J\left(\alpha\left(\cdot\right), u\left(\cdot\right)\right) = r\left(T\right) \to \min_{\alpha,u}. \tag{6}$$

С помощью принципа максимума Понтрягина [4] задача оптимального управления (1)–(5) была сведена к краевой задаче. Помимо этого, были найдены условия, при которых система является неуправляемой по управлению u, а также особые режимы движения участников. В остальных случаях управление u может принимать либо максимальное, либо минимальное значение. Проведено численное моделирования для заданного набора параметров с использованием пакета Wolfram Mathematica.

Литература

1. Pachter M., Yavin Y. Simple-Motion Pursuit-Evasion Differential Games, Part 1: Stroboscopic Strategies in Collision-Course Guidance and Proportional Navigation. Journal of Optimization Theory and Applications, 1986, vol. 51 (1), pp. 129–159.
2. Turetsky V., Shima T. Hybrid Evasion Strategy against a Missile with Guidance Law of Variable Structure. Proceedings of the American Control Conference, (ACC) July 6–8, 2016, pp. 3132–3137.
3. Turetsky V., Shima T. Target Evasion from a Missile Performing Multiple Switches in Guidance Law. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2016, vol. 39 (10), pp. 2364–2373.
4. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. Москва, Наука, 1983, 393 с.