

Многофакторные модели радиальной неоднородности трансверсально изотропного материала протяженного сплошного цилиндра для случаев осесимметричных нормальных волн крутильного и продольно-сдвигового типов

Мельничук Наталия Юрьевна

Аспирант

Донецкий национальный университет, Факультет математики и информационных технологий, Кафедра теории упругости и вычислительной математики, Донецк, Россия

E-mail: nata-250396@yandex.ru

При решении задач о распространении нормальных упругих волн в функционально радиально неоднородных протяженных цилиндрах кругового поперечного сечения оказался плодотворным подход, заключающийся в наложении ограничений системного характера на вид функциональных законов радиальной неоднородности физико-механических характеристик материала волновода, а именно, задании с точностью до константного сомножителя единого для всех указанных характеристик экспоненциально-степенного закона. Таким способом построены в аналитическом виде базисные решения математических моделей и исследованы эффекты влияния фактора радиальной неоднородности материала на топологию дисперсионных спектров, распределение фазовых и групповых скоростей, кинематические и силовые характеристики бегущих осесимметричных и неосесимметричных нормальных упругих волн в изотропных [1], трансверсально-изотропных [2] и цилиндрически ортотропных [3] протяженных цилиндрах.

В данном исследовании представлены трехфакторная

$$\begin{aligned} \tilde{c}_{66}(r) &= (\tilde{c}_{11}(r) - \tilde{c}_{12}(r)) / 2 = e^{\varphi(r)}, & \tilde{c}_{44}(r) &= \psi_1(r) e^{\varphi(r)}, \\ \tilde{\rho}(r) &= \psi_2(r) e^{\varphi(r)} \quad (r \in [0, \delta)) \end{aligned} \quad (1)$$

и два альтернативных варианта шестифакторной

$$\begin{aligned} \tilde{c}_{11}(r) &= e^{\varphi(r)}, & \tilde{c}_{12}(r) &= \psi_1(r) e^{\varphi(r)}, & \tilde{c}_{13}(r) &= \psi_2(r) e^{\varphi(r)}, \\ \tilde{c}_{33}(r) &= \psi_3(r) \psi_4(r) e^{\varphi(r)}, & \tilde{c}_{44}(r) &= \psi_3(r) e^{\varphi(r)}, \\ \tilde{\rho}(r) &= \psi_5(r) e^{\varphi(r)} \quad (r \in [0, \delta)); \end{aligned} \quad (2-A)$$

$$\begin{aligned} \tilde{c}_{11}(r) &= \psi_3(r) e^{\varphi(r)}, & \tilde{c}_{12}(r) &= \psi_1(r) \psi_3(r) e^{\varphi(r)}, & \tilde{c}_{13}(r) &= \psi_2(r) e^{\varphi(r)}, \\ \tilde{c}_{33}(r) &= \psi_4(r) e^{\varphi(r)}, & \tilde{c}_{44}(r) &= e^{\varphi(r)}, \\ \tilde{\rho}(r) &= \psi_5(r) e^{\varphi(r)} \quad (r \in [0, \delta)) \end{aligned} \quad (2-B)$$

модели радиальной функциональной неоднородности физико-механических характеристик трансверсально изотропного материала сплошного цилиндрического волновода для случаев распространяющихся осесимметричных нормальных волн соответственно крутильного (1) и продольно-сдвигового (2-A), (2-B) типов. Здесь $\varphi(\xi)$ и $\psi_j(\xi)$ ($1 : j = \overline{1, 2}$; $2 : j = \overline{1, 5}$) – произвольные, аналитические в области $|\xi| < \delta$ функции, обеспечивающие принадлежность к классу $C^1[0, \delta)$ и варьирование в пределах допустимости значений определяемых соотношениями (1) и (2-A), (2-B) характеристик; δ ($\delta > 1$) – параметр, определяемый из достаточного условия несильной радиальной неоднородности материала. Указанное условие для каждой представленной модели сформулировано отдельно для

двух подходов к определению функций $\varphi(\xi)$ и $\psi_j(\xi)$ ($1 : j = \overline{1, 2}$; $2 : j = \overline{1, 5}$) по заданным конкретным функциональным законам $\tilde{c}_s^{(*)}(r) > 0$ ($s = 11, 12, 13, 33, 44$) и $\tilde{\rho}^{(*)}(r) > 0$ $r \in [0, \delta)$ – аналитического и приближенного, реализуемого любым численным методом, обеспечивающим аппроксимацию указанных функциональных законов полиномами на отрезке $r \in [0, 1]$.

Общие решения классической математической модели для указанных типов волновых процессов и введенных в рассмотрение моделей неоднородности записаны через аналитические в области $|\xi| < \delta$ функции $\varphi(\xi)$ и $\psi_j(\xi)$ ($1 : j = \overline{1, 2}$; $2 : j = \overline{1, 5}$), представленные своими абсолютно сходящимися в указанной области разложениями с определяемыми из явных рекуррентных соотношений коэффициентами. Дан сопоставительный анализ результатов численного эксперимента, поставленного для случаев однородных и функционально неоднородных трансверсально-изотропных свободных волноводов.

Источники и литература

- 1) Моисеенко И.А. Нормальные волны в функционально-градиентных сплошных цилиндрах / И.А. Моисеенко, В.А. Моисеенко // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2018. – № 1-2 (62-63). – С. 16-34.
- 2) Моисеенко И.А. Распространение нормальных волн вдоль трансверсально-изотропных функционально-градиентных цилиндров // Вестник ДонНУ. Сер. А: Естественные науки. – 2018. – № 1. – С. 37-54.
- 3) Моисеенко И.А. Спектры неосесимметричных нормальных упругих волн в ортотропных цилиндрах с функционально-градиентной радиальной неоднородностью / И.А. Моисеенко, В.И. Сторожев // Механика твердого тела. – 2015. – Вып. 45. – С. 112-124.