Секция «Теория упругости»

Некорректная задача Коши для уравнения Ламе в прямоугольнике

Научный руководитель – Григорьев Юрий Михайлович

Дьяконов Радимир Гаврильевич

Аспирант

Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова,
Физико-технический институт, Кафедра Теоретическая физика, Якутск, Россия
E-mail: diacon.radik2013@mail.ru

В работе решается задача нахождения напряженно-деформированного состояния в плоской области по заданным значениям перемещений и напряжений на части границы, т.е. задача Коши для уравнения Ламе. В классических задачах для решения задач теории упругости требуется задание тех или иных граничных условий. Однако во многих реальных задачах часть границы недоступна для измерений ни перемещений, ни напряжений, либо известны лишь некоторые интегральные характеристики. Поэтому возникает вопрос эффективного решения задачи по данным на одной части границы области. Известно, что при определенных предположениях решение задачи существует и единственно. Однако задача некорректна по Адамару, т.е. характер некорректности такой же, как в задаче Коши для уравнения Лапласа. Основной трудностью решения таких задач является численная неустойчивость. Для прямоугольной области нами предлагается обобщение метода Лиу [1], в которой применяется метод регуляризации по М.М. Лаврентьеву. Для решения задачи вводится вспомогательная функция, пропорциональная дивергенции вектора перемещения. Для этой вспомогательной функции получается задача Коши для уравнения Лапласа. Полученная задача решается методом Лиу [1]. Далее для компонент вектора перемещения получаем задачи Коши для уравнения Пуассона, которые также решаются аналитическим методом. В результате для компонентов смещения мы получаем решения в виде суммы рядов с тремя параметрами регуляризации.

Получена оценка сходимости регуляризованного решения к точному. Показано, что разность между точным решением и регуляризованным решениями стремится к нулю при стремлении параметров регуляризации к нулю. Приведен пример численной реализации метода. Метод может быть использован в случаях других граничных условий, его можно обобщить для трехмерной задачи.

Источники и литература

1) Liu C. S. 2011. An Analytical Method for the Inverse Cauchy Problem of Laplace Equation in a Rectangular Plate J. Mech