Рассеяние плоской электромагнитной волны диэлектрическим эллипсоидом вблизи диэлектрической подложки

Симановский Николай Алексеевич

Студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: simnick108@mail.ru

Научный руководитель — *Лопушенко Владимир Васильевич*

В данной работе на основе метода объемных интегральных уравнений в спектральной области построена математическая модель для анализа рассеивающих свойств диэлектрических объектов, расположенных вблизи диэлектрической подложки. Предложено использовать аналитическое представление для Фурье образа функции Грина полупространства. Показано, что диаграмма рассеяния может быть вычислена непосредственно из решения интегрального уравнения в спектральной области. Кроме того, достоинством предложенного подхода является возможность применение к объектам различной формы и структуры. При этом достаточно изменить только индикаторную функцию рассеивателя и ее Фурье образ.

Решение задачи дифракции на диэлектрическом теле вблизи полубесконечной подложки сводится к интегральному уравнению [1].

$$\vec{E}(M) + \int_V (k^2 - k^2(M_0))\widehat{G}(M, M_0)\vec{E}(M_0) = \vec{E^0}(M), \tag{1}$$

где $\vec{E}(M)$ — напряженность электрического поля, k — волновое число в свободном пространстве, $k(M)$ — волновое число внутри рассеивателя, $\vec{E}^0(M)$ — поле плоской волны, падающей на объект.

Домножая на индикаторную функцию $I(M) = \left\{ \begin{array}{l} k^2 - k^2(M),\ M \in V, \\ 0,\ M \notin V; \end{array} \right.$ и применяя преобразование Фурье получим уравнение для компонент электрического поля в спектральной области [2]:

$$\mathfrak{F}\left[\tilde{E}_i(M)\right] + \mathfrak{F}\left[I(M)\right] * \sum_{j=1}^{3} \Big(\mathfrak{F}_z[g^1_{ij}]\mathfrak{F}[\tilde{E}_j(M)](\varphi_x, \varphi_y, -\varphi_z) +$$

$$+ \mathfrak{F}_z[g^2_{ij}]\mathfrak{F}[\tilde{E}_j(M)](\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z)\Big) = \mathfrak{F}\left[I(M)E^0_i(M)\right], \; i = \overline{1, 3}, \quad (2)$$

где $\mathfrak{F}[u] = \iiint\limits_{-\infty}^{+\infty} u(x, y, z)e^{-i(x\varphi_x + y\varphi_y + z\varphi_z)}dV$, $\tilde{E} = (k^2 - k^2(M))E$, g^1_{ij}, g^2_{ij} — составляющие элементов тензора Грина, $\varphi_{x,y,z}$ — спектральные параметры соответствующие координатам x, y, z.

На основании (2) получена формула вычисления компонент рассеянного поля в дальней зоне при $R \to \infty$:

$$E^{sc}_i(M) = \frac{1}{2\pi^2}\frac{e^{ik_0R}}{R}(ik_0\cos\theta)^{m+1}(k_0 sin\theta)^{k+l}\cos^k\!\varphi\;\sin^l\varphi\,\cdot$$

$$\cdot\sum_{j=1}^{3}\Big(A^{(1)}_{ij}(k_0\sin\theta)\mathfrak{F}[\tilde{E}_j](-k_0\sin\theta\cos\varphi, -k_0\sin\theta\sin\varphi, k_0 cos\theta)+$$

$$+A^{(2)}_{ij}(k_0\sin\theta)\mathfrak{F}[\tilde{E}_j](-k_0\sin\theta\cos\varphi, -k_0\sin\theta\sin\varphi, -k_0 cos\theta)\Big). \quad (3)$$

Как следует из (3) диаграмма рассеянного поля вычисляется непосредственно из решения интегрального уравнения (2) без дополнительный преобразований.

Литература

1. Дмитриев В. И., Захаров Е. В. Интегральные уравнения в краевых задачах электродинамики: Учебное пособие. МГУ, 1987.
2. Еремин Ю. А., Лопушенко В. В. "Метод интегральных уравнений в спектральной области для анализа плоских дефектов подложки."Дифференциальные уравнения 50.9 (2014): 1187-1187.