

**ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ МНОГОМЕРНЫХ
НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ СТОХАСТИЧЕСКОГО
ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ
НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ: ПРИМЕНЕНИЕ К МОДЕЛЯМ
ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА**

Леонов Елисей Александрович

Научный сотрудник

ИПЭИ РАНХиГС, Москва, Россия

E-mail: elishaleonov@gmail.com

Научный руководитель —

Основной проблемой решения многомерных нелинейных задач стохастического оптимального управления (СОУ) является "проклятие размерности". В последние 5 лет в литературе предлагается преодолевать эту трудность с помощью нейронных сетей, обучая их на стохастических сетках [1,2].

В настоящей работе рассматривается стохастическая трехсекторная модель экономического роста с инсталляционными издержками, немобильным капиталом и необратимостью инвестиций, построенная в духе работ [3,4]. Компактно ее можно описать задачей СОУ в дискретном времени (1).

$$\left\{ \begin{array}{l} V = \max_{C, L \in D} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u[C_t, L_t], 0 < \beta < 1 \\ \sum_{t=0}^3 e^{z_{i,t}} F_i[K_{i,t}, L_{i,t}] = \sum_{t=0}^3 P_{i,t} C_{i,t} + P_{1,t} \sum_{t=0}^3 I_{i,t} [1 + G(I_{i,t})], \\ L(t) = L_{1,t} + L_{2,t} + L_{3,t}, \mathbf{C}_t = \|C_{1,t}, C_{2,t}, C_{3,t}\| \\ K_{i,t+1} = (1 - \delta)K_{i,t} + I_{i,t}, I_{i,t} \geq 0, i = [1, 2, 3] \\ z_{i,t} = \rho_{i,t} z_{i,t-1} + \epsilon_{i,t}, \epsilon \in N(0, \sigma^2), 0 < \rho_{i,t} < 1 \end{array} \right. \quad (1)$$

Здесь V – функция стоимости (ценности), D – множество допустимых управлений, β – коэффициент дисконтирования, $u[C, LL]$ – функция мгновенной полезности, $C_{i,t}$ – потребление товаров i -го сектора, $P_{i,t}$ – цена на товары i -го сектора, $L_{i,t}$ – труд в i -м секторе, $K_{i,t}$ – капитал в i -м секторе, $F_i[K_{i,t}, L_{i,t}]$ – производственная функция в i -м секторе, $I_{i,t}$ – инвестиции в i -м секторе, $G(I_{i,t})$ – функция затрат на установку нового капитала, $z_{i,t}$ – шоки совокупной факторной производительности.

В основе алгоритма решения лежит поиск оптимальных весов нейросети, минимизирующих функцию потерь, которую удоб-

но сформировать по принципу "All-in-One"[2], заставляя нейросеть решать одновременно 3 задачи: задачу межвременной оптимизации, внутривременную нелинейную задачу аллокации ресурсов и учитывать точки недифференцируемости. Обучение проводилось на эргодическом множестве точек, полученных симуляцией в пространстве состояний. Расчет осуществлялся в среде Python+CUDA+TensorFlow с использованием ускорителя NVIDIA GeForce RTX 3070TI. В результате была получена хорошая с точки зрения экономической интерпретации точность и оценено стохастическое стационарное состояние.

Литература

1. Fernandez-Villaverde J., Nuno G., Vogler M. Solving High-Dimensional Dynamic Programming Problems using Deep Learning // Working Paper, Princeton University, 2020
2. Maliar L., Maliar S., Winant P. Deep Learning for Solving Dynamic Economic Models // Journal of Monetary Economics, Vol. 122, 2021, P. 76–101.
3. Smith G. The long run implications of a two sector model with immobile capital // De Economist, Vol. 128, 1980, P. 50–74.
4. Uzawa H. On a Two-Sector Model of Economic Growth // The Review of Economic Studies, Vol. 30, No. 2, Jun., 1963, P. 105–118.