

Об одном классе перимметрических матриц из дробного исчисления

Алероев М.Т.

1 марта 2023 г.

Рассматривается оператор вида

$$A_\mu u = \frac{1}{\Gamma(\mu + 1)} \left\{ \int_0^x (x-t)^\mu u(t) dt - \int_0^1 (x-t)^\mu u(t) dt \right\}$$

$$0 < \mu < 1$$

Ядро оператора A_μ имеет вид

$$K(x, t) = \Theta(x, t)(x-t)^\mu - x^\mu(1-t)^\mu,$$

$$\Theta(x, t) = \begin{cases} 0, & t \geq x \\ 1, & t < x. \end{cases}$$

Аппроксимируя ядро $K(x, t)$ получим матрицу вида

$$T_n(\mu) = \|K(i, j)\|, K_{ij} = \Theta(i, j) \left(\frac{i-j}{j}\right)^\mu - \left(\frac{i}{n}\right)^\mu \left(1 - \frac{j}{n}\right)^\mu.$$

Положительная определённость матрицы $T_n(\mu)$ (что равносильно положительной определённости оператора A_μ) доказывается с помощью геометрической интерпретации элементов матрицы $T_n(\mu)$. Очевидно, что первая строчка матрицы расположена на красной линии и т.д. Эта интерпретация дает возможность показать, что все главные миноры этой матрицы не обращаются в ноль. Что является наиболее существенным в доказательстве положительной определённости матрицы.

Список литературы

1. Mukhamed Aleroev, Mokhtar Kirane, Yi-Fa Tang. On one class of persymmetric matrices generated by boundary value problems for differential equations of fractional order // Applied Mathematics and Computation, 2015, vol. 268, No. pp. 151 - 163

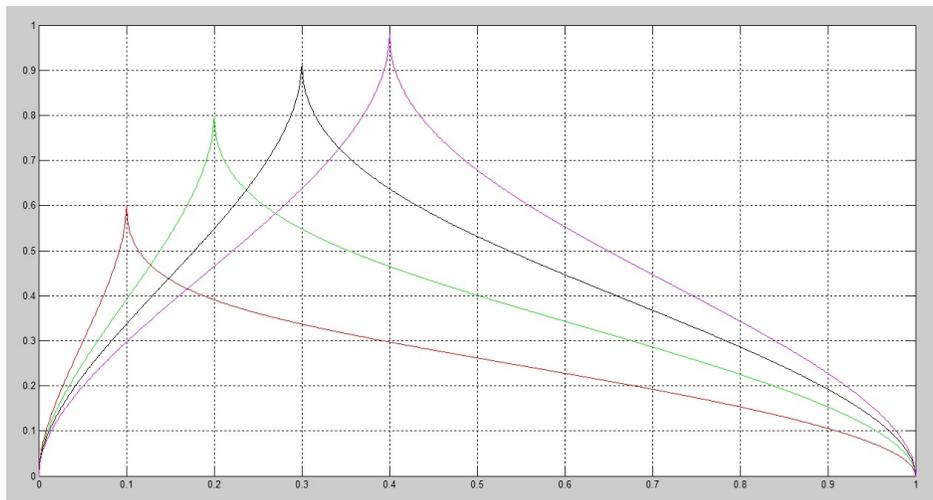


Рис. 1: Матрица $T_n(\mu)$