

Нейросетевое оценивание европейских опционов с учетом теоретических ограничений на цену

Удовиченко Игорь Романович

Студент (магистр)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики, Кафедра математической статистики, Москва, Россия

E-mail: s02170232@stud.cs.msu.ru

Проблема ценообразования нелинейных производных финансовых инструментов остается актуальной задачей финансовой математики. Одними из самых распространенных типов деривативов являются опционы колл и пут, дающие их держателю право купить или продать в будущем некоторый актив по заранее оговоренной цене, называемой страйком. Если держатель опциона может реализовать свое право только в конце срока жизни контракта (в момент экспирации), говорят, что такой контракт является опционом европейского типа.

С развитием финансовой математики сложность моделей увеличивалась. Для их практического применения были разработаны численные методы, однако они, как правило, являются довольно затратными с точки зрения вычислительных ресурсов, что является серьезным препятствием к их практическому применению. Так, например, для калибровки данных моделей под рыночные данные требуется итеративно вычислять цену опционов для разных параметров модели, и скорость расчета цены становится критичной.

Для решения данной проблемы были разработаны приближенные нейросетевые методы оценки опционов [1]. И хотя было показано, что глубокие нейронные сети являются универсальным инструментом приближения функций, данный подход не лишен проблем, которые мешают их повсеместному использованию. Во-первых, нейронные сети недостаточно интерпретируемы, что не позволяет использовать их в таких чувствительных областях, как финансы или медицина. Также недостаточная интерпретируемость и сквозной характер нейронной сети ограничивают возможность применения таких методов в тандеме с классическими. Во-вторых, для достижения приемлемого качества работы может потребоваться довольно большой объем данных для обучения, который не всегда доступен. Для решения данных проблем был предложен подход, заключающийся в использовании нейросетей, основанных на физике [2]. Он заключается в использовании таких архитектур и функций потерь, которые бы учитывали физические законы и ограничения, лежащие в основе моделируемого явления.

При достаточно общих предположениях [3] цена европейского колл-опциона задается формулой:

$$C = S\tilde{P}(S_T \geq K) - e^{-rT}KP(S_T \geq K), \quad (1)$$

а производная цены опциона по текущей цене базового актива (дельта) принимает вид:

$$\Delta = \tilde{P}(S_T \geq K). \quad (2)$$

Здесь \tilde{P} и P — риск-нейтральные меры, для которых цена базового актива измеряется в единицах акции и единицах базового актива соответственно. Запись $P(A)$ обозначает вероятность события A в мере P .

Предлагается новая архитектура нейронной сети, на выходе которой получают не сами цены, а риск-нейтральные вероятности, из которых далее собирается цена опциона по

формуле (1), либо дельта по формуле (2). Данная архитектура позволяет без существенной потери точности получить не только цену опциона, но и его дельту, а также является более интерпретируемой, чем ранее предложенные варианты [1] так как явно использует общий вид цены опциона.

Источники и литература

- 1) Horvath B., Muguruza A. and Tomas M. Deep learning volatility: a deep neural network perspective on pricing and calibration in (rough) volatility models // Quantitative Finance. 2021. Vol. 21, № 1. P. 11–27.
- 2) Raissi M., Perdikaris P. and Karniadakis G. E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations // Journal of Computational physics. 2019. Vol. 378. P. 686–707.
- 3) \ENGLISH{Bj{"o}rk\,T. Arbitrage theory in continuous time. Oxford university press. 2009.}