

СПЕЦИАЛЬНЫЙ МЕТОД ВЕЙВЛЕТ-ОБРАБОТКИ ДЛЯ НЕРАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ВЫБОРОК

Саяпина Анна Вадимовна

Студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: aaann77777@gmail.com

Научный руководитель — Шестаков Олег Владимирович

Зачастую при анализе данных, приходится сталкиваться с тем, что их качество находится на уровне недостаточном для обработки. Это может быть вызвано самыми разными причинами, начиная со случайной потери информации, и до преднамеренного её сжатия, например для передачи. И в любом из таких случаев возникает задача восстановления первоначальных данных с максимально возможной точностью.

С ее решением успешно справляется вейвлет-анализ. За счет функций одновременно локальных и по времени, и по частоте он позволяет получить необходимую информацию о сигнале.

В этой работе рассматривается **специальный метод вейвлет-обработки**, позволяющий преобразовывать данные, взятые на промежутках времени неравномерной длины. В отличие от стандартных методов вейвлет-анализа, он позволяет более точно обработать сигнал и восстановить изначальные данные.

Пусть данные заданы следующим образом:

$$y = f(t_i) + \epsilon z_i, \tag{1}$$

где $i = 1, \dots, n$, $n = 2^J$, $z_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, 1)$, f — функция, задающая сигнал, ϵ — дисперсия шума.

Определим t_i как: $t_i = H^{-1}(i/n)$, для некоторой функции распределения H на $[0, 1]$. В таком случае модель, рассматриваемая нами, станет неравномерной. Именно для этого случая применим специальный метод.

Для реализации метода предпринимаются следующие действия:

1. Рассматриваются разные виды сигналов и меняется особая функция H , трансформирующая расстояние между моментами времени.

2. Рассчитываются специальные разреженные матрицы, используя функцию из предыдущего пункта. Одна из матриц изменяет дан-

ные до вейвлет-преобразования, вторая - после обратного вейвлет-преобразования.

3. Модифицируются мягкая и жесткая пороговые обработки для применения к неравномерно распределенным выборкам.

4. Полученный результат работы реализованного метода сравнивается с результатами методов, не предназначенных для неравномерно распределенных выборок. (например, таких как: Minimax и UniversalThreshold)

После проведенных исследований можно сделать несколько выводов:

- Функция, трансформирующая равномерную выборку моментов времени, влияет на точность восстановления сигнала.
- Сигнал точнее восстанавливается на более гладких функциях.
- Мягкая пороговая обработка дает результат с большим смещением относительно оригинала, однако она же лучше уменьшает заданный шум.
- Специальный метод предоставляет более гладкую оценку, в некоторых случаях более близкую к оригиналу, по сравнению с методами классическими.

Литература

1. Захарова Т. В., Шестаков О. В. Теория вейвлетов и её применение в обработке сигналов : Учебное пособие. — М. : Мастер-Принт, 2018. — 180с.
2. Daubechies I. Ten Lectures on Wavelets. SIAM, Philadelphia, 1992
3. Cai T., Brown L. WAVELET SHRINKAGE FOR NONEQUISPACED SAMPLES, The Annals of Statistics 1998, Vol. 26, № 5, 1783–1799
4. Chicken E. Block thresholding and wavelet estimation for nonequispaced samples, Journal of Statistical Planning and Inference, Volume 116, Issue 1, 2003, Pages 113–129