# Математическое описание жизненного цикла рыб на основе процесса «just-in-time»

***Леушкина Татьяна Сергеевна***

*Аспирант*

*Ульяновский государственный университет, Ульяновск, Россия*

*E-mail:* chi-tanechka@yandex.ru

***Научный руководитель*** — *Бутов Александр Александрович*

Все жизненные организмы имеют определённый период развития, который должен обеспечить непрерывность существования вида. Жизненный цикл рыб, т.е. вся жизнедеятельность организма в течение онтогенеза от момента оплодотворения до естественной смерти, распадается на различные периоды, каждый из которых характеризуется определенными морфологическими и физиологическими особенностями. Темой исследования данной работы является построение в общих траекторных терминах такого математического описания, которое могло бы соответствовать системе «точно в срок». В жизненном цикле рыб выделяют следующие периоды: эмбриональный (зародышевый), личиночный, мальковый, ювенальный (юношеский), период взрослого организма, старческий период. Подробное описание этапов развития рыб личиночного периода было представлено в учебном пособии [1]. Рассмотрим стохастический базис $B = (\Omega, F, F = (F_t)_{t\geq 0}, P)$, т.е. вероятностное пространство $(\Omega, F, P)$, снабженное неубывающим, непрерывным справа потоком $\sigma$-алгебр $F = (F_t)_{t\geq 0}$, пополненным по мере (см. [3-7] и литературу в них), в котором определим процесс $X = (X_t)_{t\geq 0}$. Предполагается, что в данной математической модели должно быть выполнено некоторое целое число этапов $K$ к некоторому фиксированному моменту времени $T > 0$ (при начале отсчета времени с нулевого момента). Это означает, что в каждый момент времени $t \in [0, T]$ количество оставшихся операций $X_t$ равно числу $K$ за вычетом значения $B_t$ некоторого считающего процесса $B = (B_t)_{t\geq 0}$: $X_t = K - B_t$. Исходя из описания в [7], процесс личиночного периода $X = (X_t)_{t\geq 0}$ имеет разложение:

$$X_t = K - \int_0^t X_s \cdot \frac{1}{T - s} I\{s < t\} ds - m_t^B,$$

где $K = 7$ – число этапов, $t = 45$ – длительность личиночного периода (в сутках), $I\{\}$ – индикаторная функция, $m_t^B$ – квадратично интегрируемый мартингал с квадратичной характеристикой (см. [3,6]) $< m^B >_t = \tilde{B}_t$ для любого $t > 0$.

Переход между этапами развития рыб осуществляется, если личинка достигла определенных размеров. Это и является условием выполнения процесса развития системы «точно-в-срок» («just-in-time»). Процессы этапов личиночного периода $X^{(i)} = (X_t^i)_{t \geq 0}$ можно представить общей формулой:

$$X_t^{(i)} = \{c^{(i)} \cdot X_t^{(i-1)} \cdot I\{a_{i-1} \leq d \leq b_{i-1}\},$$

где переменные $i = 1, 2, \ldots, 7$ соответствуют номеру рассматриваемого этапа, $X_t^{(i-1)}$ – предыдущее состояние системы, $a_{i-1}$, $b_{i-1}$ – длины личинки (мм) $i - 1$-го этапа согласно плану развития, $d$ – реальная длина личинки на $i - 1$-м этапе, $c^{(i)} > 0$ – константы.

Примененные принципы системы «just-in-time» в математической модели процесса личиночного периода позволяют проконтролировать своевременность и последовательность этапов развития рыб, тем самым показав эффективность развития. Считается, что отказы и срывы сроков, появляющиеся при рассматриваемых этапах, являются событиями независимыми. Также следует заметить, что если не все этапы, входящие в систему, удовлетворяют поставленным срокам, то вся система будет соответствовать процессу «почти точно в срок».

## Литература


1. Иванов А. П. Рыбоводство в естественных водоемах. М.: Агропромиздат. 1988. 367 с.
2. Бутов А. А., Шевалдов И. А. Модель многомерной продуктивной системы «точно-в-срок» // Ученые записки УлГУ. Сер. Математика и информационные технологии. 2020. № 1. с. 25–31.
3. Бутов А. А., Леушкина Т. С., Сулейманов И. Р. Вероятность отказа блока контроля обогрева вовремя полета и ее последствия // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2021. Т. 23, № 4. С. 103–110.
4. Бутов А. А., Волков М. А., Голованов В. Н., Коваленко А. А., Костишко Б. М., Самойлов Л. М. Математическое моделирование основных классов стохастических продуктивных систем // Инженерные технологии и системы. 2019. Т. 29, № 4. С. 496–509.
5. Жакод Ж., Ширяев А. Н. Предельные теоремы для случайных процессов. М.: Физматлит. 1994. Т. 1.
6. Butov A. A., Kovalenko A. A. Stochastic models of just-in-time

systems and windows of vulnerability in terms of the processes of birth and death. Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.–Mat. Nauki. 2019. v. 23, no. 3. P. 525-–540.

7. Butov A. A. Random walks in random environments of a general type. Stochastics and Stochastic Reports. 1944.