ДИСКРЕТНАЯ ЛИНЕЙНАЯ СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КОНВЕКЦИИ-РЕАКЦИИ-ДИФФУЗИИ С ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ ТРЕТЬЕГО РОДА

Галушкина Дарья Валерьевна

Аспирант

Ульяновский государственный университет, Ульяновск, Россия

E-mail: smallcranberry@gmail.com

Научный руководитель *— Цыганова Юлия Владимировна*

Модели конвекции-реакции-диффузии используются для описания широко круга физических, химических, биологических процессов [1]. С развитием науки и техники значимость задач индентификации параметров данных моделей только растет, ввиду большого числа их практических приложений. Рассмотрим одномерную модель конвекции-реакции-диффузии, описываемую уравнением (1) с начальным условием (2) и граничными условиями третьего рода (3)–(4):

$$\frac{dc}{dt} + v\frac{dc}{dx} = \alpha\frac{d^2c}{dx^2} - \beta c, \tag{1}$$

$$c(x,0) = \varphi(x), \tag{2}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dc\,(a,t)}{dx} = \lambda[c\,(a,t) - f(t)], \\ \dfrac{dc\,(b,t)}{dx} = -\lambda[c\,(b,t) - g(t)], \end{cases} \tag{3}$$

$$x \in [a,b], t \in [0,T], \tag{4}$$

где $c(x,t)$ – искомая функция, x – пространственная координата, t – время, α – коэффициент диффузии, v – коэффициент конвекции, β – коэффициент реакции, $\varphi(t), f(t)$ – заданные функции, a и b – границы рассматриваемой области (отрезка). В уравнении (1) $c(x,t)$ может иметь смысл температуры, концентрации реагента, плотности популяции и т.д.

Рассмотрим задачу определения значений функций $f(t)$ и $g(t)$, входящих в граничные условия (3), по результатам зашумленных измерений значений функции (x,t) в отдельных точках рассматриваемого отрезка в последовательные моменты времени. Одним из актуальных методов решения граничных обратных задач являются методы параметрической идентификации, основанные на применении рекуррентных алгоритмов дискретной фильтрации. Используя метод конечных разностей, перейдем от непрерывной модели (1)–(4) к дискретной стохастической системе в пространстве состояний, имеющей в общем случае следующий вид:

$$\begin{cases} c_k = F_{k-1}c_{k-1} + B_{k-1}u_{k-1}, & \\ z_k = H_k c_k + \xi_k, & k = 1, ..., K, \end{cases} \tag{5}$$

где c_k – вектор состояния, u_k – вектор входных воздействий, z_k – вектор измерений, ξ_k – шум в измерителе (нормально распределенная случайная последовательность с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $R_k > 0$). В данной системе первое уравнение называется уравнением состояния или объекта, а второе – уравнением измерений. Следуя [1], для идентификации граничных условий модели (1)–(4) применим к полученной системе (5) алгоритм Гиллейнса – Де-Мора [2], предназначенный для одновременного оценивания вектора состояния и вектора входного воздействия дискретной стохастической системы.

В работе рассмотрена задача идентификации граничных условий одномерного уравнения конвекции-реакции-диффузии с граничными условиями третьего рода по данным зашумленных измерений. Полученные результаты подтверждены средствами компьютерного моделирования.

Литература

1. Кувшинова А. Н. Динамическая идентификация смешанных граничных условий в модели конвективно-диффузионного переноса в условиях зашумленных измерений/ А. Н. Кувшинова // Журнал Средневолжского Математического Общества. — 2019. — Т. 21, № 4. — С. 469–479. — DOI: 10.15507/2079-6900.21.201904.469-479.
2. Gillijns S. Unbiased minimum-variance input and state estimation for linear discrete-time systems / S. Gillijns, B. D. Moor // Automatica. — 2007. — Vol. 43.— P. 111–1161.