

**ПРИБЛИЖЁННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ
КОЛЕБАНИЙ С КРАЕВЫМ УСЛОВИЕМ III РОДА И
ВОССТАНОВЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА В КРАЕВОМ УСЛОВИИ**

Тан Цзычэнь

Университет МГУ-ППИ в Шэньчжэне; 1120190041@smbu.edu.cn

Для функции $u(x, t)$ рассматривается смешанная краевая (прямая) задача

$$u_{tt}(x, t) = a^2 u_{xx}(x, t) + f(x)g(t), \quad (x, t) \in Q_T, \quad (1)$$

$$[u(x, t) - \beta u_x(x, t)]|_{x=0} = \mu(t), \quad u_x(x, t)|_{x=l} = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (2)$$

$$u(x, t)|_{t=0} = \varphi(x), \quad u_t(x, t)|_{t=0} = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq l, \quad (3)$$

где $Q_T = \{(x, t) : 0 < x < l, 0 < t \leq T\}$. Уравнение (1) и условия (2) описывают изменение амплитуды $u(x, t)$ малых поперечных колебаний струны, левый конец которой упруго закреплён [1], а правый свободен. Произведение $f(x)g(t)$ определяет линейную плотность силы, действующей на боковую поверхность струны, коэффициент a – скорость распространения колебаний вдоль струны, коэффициент β – натяжение струны по направлению её оси, функция $\mu(t)$ – траектория движения внешней точки, упруго взаимодействующей со струной при $x = 0$.

Идентификация параметров в подобных задачах привлекает повышенное внимание в геофизике [2], в задачах управления [3, 4], в обратных задачах [5-7].

Выделяются достаточные условия разрешимости прямой задачи для перехода к исследованию и решению обратной задачи, в которой при дополнительно заданной функцией $h(t) = u(l, t)$, $t \in [0, T]$, требуется восстановить функции $f(s)$ и $\mu(t)$ при $s \in [0, l]$, $t \in [0, \hat{T}]$, $\hat{T} = T - (l/a)$, и затем получить решение $u(x, t)$ задачи (1)-(3) на множестве $\Lambda_{l,T} = \{(x, t) : 0 \leq t \leq T - (l-x)/a, 0 \leq x \leq l\}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М. 1953.
2. Yilmaz O. Seismic data analysis. 1. Tulsa: SEG, 2001.
3. Vasil'ev F.P., Kurzhanskij M.A., Razgulin A.V. On using Fourier method for solving a problem of string vibration control // Moscow Univ. Comput. Math. and Cybern. 1993. №2. P. 3-8.
4. Moiseev E.I., Kholomeeva A.A. Solvability of the mixed problem for the wave equation with a dynamic boundary condition // Dif. Eqs. 2012. V.48. №10. P.1392-1397.
5. Cannon J.R., Du Chateau P. An inverse problem for an unknown source term in a wave equation // SIAM J. Appl. Math. 1983. V.43. №3. P. 553-564.
6. Zhang Guan Quan. On an inverse problem for 1-dimensional wave equation // Sci. China. Ser. A. Math., Phys., Astron. and Tech. Sci. 1989. V.32. №3. P.257-274.
7. Shcheglov A., Andreyanova O. The inverse problem for the nonhomogeneous oscillation equation on a half-line with a boundary condition of the third kind // Comput. Math and Modeling. 2022. V.33, №1. P.9-23.