**Построение и исследование 3-мерной регуляризованной сплайн-функции**

**Ло ипин**

**студентк 4-го курса бакалавриата**

**факультет вычислительной математики и кибернетики**

**Научный руководитель: доцент Ж.Г.Ингтем**

**Университет МГУ-ППИ в Шэньчжэне, Китай**

**адрес электронной почты：1956577583@qq.com**

В вычислительных задачах, очень часто решение строится на некоторой дискретной сетке значений, однако необходимо получить непрерывное представление данного решения. В таких задачах очень удобно использовать интерполяцию, в частности интерполяционный полиномиальный сплайн. Искомое решение задачи представляется в виде полиномиального сплайна. Поскольку на частичных отрезках полиномиальный сплайн представляется полиномом, такой сплайн удобно дифференцировать, интегрировать и т.д.[1-12]. Существует много разных методов построения сплайн функций [1-12]. В настоящей работе рассматривается метод построения интерполяционного сплайна для трехмерных функций. Построенный сплайн принадлежит классу функций непрерывных по всем переменным вместе со всеми своими производными перового порядка, смешанными производными второго и 3-го порядка. Трехмерный сплайн строится на основе одномерных регуляризованных кубических сплайнов[9]. Регуляризованные сплайны являются Эрмитовыми сплайнами значения производных, которых найдены из минимизации нормы первой производной сплайна на всем отрезке интерполяции [9]. То есть 3-мерный сплайн представляется в виде одномерного сплайна по одной переменной коэффициенты, которого являются сплайнами 2-х других переменных, в свою очередь сплайн 2-х переменных является сплайном одной переменной с коэффициентами являющиеся сплайнами другой переменной. Таким образом построение 3-мерного сплайна сводится к поочередному построению сплайна одной переменной. Такой сплайн удобен в использовании в 3-мерных задачах.

В трех измерениях сплайн записывается в виде：

Sijk(x,y,z)=Sijk(y,z)Qi(x)+Si+1jk(y,z)Ri(x)+Pijk(y,z)ψi(x)+Pi+1jk(y,z)φi(x)

Sijk(y,z)=Sijk(z)Q j(y)+Sij+1k(z)Rj(y)+mijk(z)ψj(y)+mij+1k(z)φj(y)

Pijk (y,z)=S＇x ijk =Pijk(z)Q j(y)+Pij+1k(z)Rj(y)+μ ijk(z)ψj(y)+μ ij+1k(z)φj(y)

Sijk(z)=fijkQ k(z)+fijk+1Rk(z)+γijkψk(z)+γijk+1φk(z)

γijk =f＇z ijk

mijk(z)=f＇y ijk(z)=mijkQk(z)+mijk+1Rk(z)+αijkψk(z)+αijk+1φk(z)

αijk=m＇z ijk

Pijk(z)=PijkQk(z)+Pijk+1Rk(z)+βijkψk(z)+βijk+1φk(z)

βijk=P＇z ijk

m ijk (z)=P＇y (z)=S＇x y ijk =mijk(z)Q j (y)+mi+1jk(z)Rj(y)+μ ijk(z)ψj(y)+μi+1jk(z)φj(y)

μ ijk (z)=P＇y ijk =μ ijkQk(z)+mijk+1Rk(z)+ λ ijkψk(z)+ λ ijk+1φk(z)

**Литература**

1. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. – М.: Наука, 1980.
2. Стечкин С. Б., Субботин Ю. Н. Сплайны в вычислительной математике. — М: Наука, 1976.
3. Ahlberg J. H., Nilson E. N., Walsh J. L. The theory of splines and their applications. New York: Academic Press, 1967.
4. De Boor C. A practical guide to splines. New York: Springer, 1978.
5. Dmitriev V.I., Dmitrieva I.V., Ingtem J.G. Integral Spline function Computational Mathematics and Modeling .
6. Волков Ю.С., Общая задача полиномиальной сплайн-интерполяции, Trudy Instituta Matematiki i Mekhaniki UrO RAN г.2016, №22 стр. 114-125 (doi 10.21538/0134-4889-2016-22-4-114-125)
7. Волков Ю.С., Субботин Ю.Н. 50 лет задаче Шёнберга о сходимости сплайн-интерполяции. Труды Института математики и механики УрО РАН. г. 2014, №20. стр. 52-67.
8. Ingtem J.Minimal-norm-derivative spline function in interpolation and approximation // Moscow University Computational Mathematics and Cybernetics. — 2008. — Vol. 32, no. 4. — P. 201–213.
9. Дмитриев В.И., Ингтем Ж.Г. Метод регуляризованных сплайнов (R-сплайн) для задач приближения функций.
10. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1979.
11. Д. А. Силаев, “Полулокальные сглаживающие сплайны”, Тр. сем. им. И. Г. Петровского, 29, Изд-во Моск. ун-та, М., 2013, 443–454; *J. Math. Sci. (N. Y.)*, 197
12. Maria C. Mariani, Kanadpriya Basu, Spline interpolation techniques applied to the study of geophysical data, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications,Volume 428,2015, pp 68-79,