**Дифференциальные инварианты в задачах управления распределением температуры**

**Вольных М.М.**

студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,физический факультет, Москва, РоссияE–mail: *volnykh.mm17@physics.msu.ru*

Рассмотрим класс дифференциальных уравнений

, (1)

который описывает распределение температуры в однородном бесконечном стержне. Функция описывет распределенный вдоль стержня источника тепла и зависит от температуры и управляющего параметра . Мы считаем её гладкой, т.е. принадлежащей классу .

Преобразования переменных будем называть *допустимыми*, если в результате получается уравнение такого же класса, но с другой функцией . Кроме того, мы допускаем перепараметризацию управляющего параметра, т.е. преобразования вида Следуя Софусу Ли, будем искать инфинитезимальные преобразования, т.е. такие, которые получены в результате сдвига вдоль траекторий вдоль некоторого векторного поля. Можно показать, что такие векторные поля имеют вид

Здесь – произвольные константы, а – произвольные функции. Сдвиги вдоль этого векторного поля образуют псевдогруппу Ли.

Укажем дифференциальные инварианты действий этой псевдогруппы. Для этого введём пространство -джетов гладких функций трёх переменных с каноническими координатами Здесь – мульти-индекс, и Допустимые преобразования порождают следующие векторные поля на пространстве : , , , . Здесь – произвольные функции. Эти векторные поля образуют бесконечномерную алгебру Ли. Дифференциальные инварианты не должны зависеть от вида функций . Мы находим их, решая систему уравнений и приравния коэффициенты при этих функциях и их производных к нулю. Здесь – продолжения векторных полей в пространство -джетов. В результате получаем следующую теорему.

**Теоерема 1.** *Дифференциальное уравнение* (1) *имеет один дифференциальный инвариант первого порядка*

*и четыре – второго порядка:*

, , , .

Построенные инварианты можно использовать при решении задач классификации и эквивалентности [1] уравнений вида (1).

**Литература**

Kushner A. G., Lychagin V. V., Rubtsov V. N. Contact geometry and nonlinear differential equations. Cambridge: Cambridge University Press, xxii+496 pp., 2007.