**Энтропия декогерентных историй как маркер квантового хаоса в модели открытого квантового волчка**

**Арефьева Н.С.1,2, *Поляков Е.А.2***

Аспирантка

1Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,физический факультет, Москва, Россия

*2Российский квантовый центр, Москва, Россия*E–mail: arefnat8@gmail.com

Несмотря на то, что явление квантового хаоса начало изучаться еще в прошлом веке, на сегодняшний день не существует четкого понимания механизмов, лежащих в его основе. В силу принципа соответствия свойства системы, приводящие к хаотической динамике на классическом уровне, также должны присутствовать в основной квантовой системе. В классических системах хаос характеризуется экспоненциальной чувствительностью эволюции системы во времени к начальным условиям и описывается экспонентой Ляпунова. Однако в квантовом случае аналогичное описание хаоса строго говоря невозможно из-за отсутствия траекторий и унитарности временной эволюции. Существуют разные подходы определения квантового хаоса, наиболее популярные из них: через статистику энергетических уровней (для хаотических систем – статистика Вигнера-Дайсона, для интегрируемых систем – статистика Пуассона); эхо Лошмидта; аномально упорядоченные временные корреляторы (англ. “*out-of-time ordered correlators”*, сокращенно OTOC), являющиеся обобщением определения классической Ляпуновской экспоненты на квантовый случай и активно исследуемые в настоящее время и другие. Однако разные способы диагностики квантового хаоса имеют свои недостатки (статистика уровней плохо определена для малых систем, а с помощью OTOC нельзя отличить интегрируемое поведение от хаотического для бильярдных систем). Тем самым, мотивирован интерес в нахождении универсальных критериев квантового хаоса для классически хаотических систем.

В настоящей работе, основываясь на идее работы [1] о важной роли окружения для проявления хаоса в квантовом случае, вводится подход к определению квантового хаоса аналогично классическому определению с использованием декогерентных историй или квантовых траекторий. Благодаря подключению открытой квантовой системы к окружению можно ввести квантовые траектории системы, как записи истории ее движения, хранящиеся в определенных степенях свободы окружения.

Адаптируя метод работы [2], приводится микроскопический вывод таких степеней свободы окружения. В течение эволюции в реальном времени, измеряя эти степени свободы одну за другой с определенной вероятностью, получается последовательность результатов измерения, которые складываются в квантовую траекторию. Разумно предположить, что энтропия ансамбля этих квантовых траекторий будет радикально различаться в интегрируемом и хаотическом режимах.

Данная идея была проверена на примере модели открытого квантового волчка с толчками (англ. “*kicked top*”), характеризующейся угловым моментом $\hat{J}$ [3]:

$$\hat{H}\_{S}\left(t\right)=\frac{p}{τ}\hat{ J}\_{y}+\frac{K}{2j}(\hat{ J}\_{z}-β)^{2}\sum\_{n=-\infty }^{\infty }δ\left(t-nτ\right) , (ℏ=1) $$

где *K* – величина вынужденных толчков. Классический предел достигается стремлением $j\rightarrow \infty $, $ℏ\rightarrow 0$ при сохранении $ℏj$. Для этой модели на классическом уровне в зависимости от силы толчков существует переход между интегрируемым и хаотическим поведением (Рис.1).

Чтобы ввести в квантовом случае траектории необходимо подключить к модели квантового волчка с толчками окружение. В роли окружения выступает квантовый термостат. Для такой квантовой модели было рассчитано производство энтропии декогерентных историй и показано, что ее поведение сильно различается в интегрируемом и хаотическом режимах. В хаотическом случае ($K > 3$) производство энтропии растет гораздо быстрее, чем в интегрируемом случае (Рис. 2). Таким образом, энтропия ансамбля квантовых траекторий может использоваться как критерий квантового хаоса.



Рис. 1 Переход от интегрируемого (статистика Пуассона) к хаотическому (статистика Вигнера-Дайсона) движению; для левой статистики $K=2$, для правой $K=3$. Статистики построены при следующих значения: $j=40, β=0.1, τ=1, p=1.7.$



Рис. 2 Производство энтропии в зависимости от величины параметра удара $K$. Можно видеть резкое увеличение производства энтропии в области перехода динамики из интегрируемой в хаотическую. Расчет проводился для двух разных квантовых чисел волчка с толчками $j= $20 (нижняя кривая), для $j=40$ (верхняя кривая)

**Литература**

1. M. Berry, “Chaos and the semiclassical limit of quantum mechanics (is the moon there when somebody looks?)”, Quantum Mechanics: scientific perspectives on Divine Action (Vatican Observatory CTNS publications 2001).
2. E. A. Polyakov, “Beyond The Fermi’s Golden Rule: Discrete-Time Decoherence Of Quantum Mesoscopic Devices Due To Bandlimited Quantum Noise” arXiv preprint arXiv:2206.02952 (2022).
3. F. Haake, M. Kuś, and R. Scharf, “Classical and quantum chaos for a kicked top”, Zeitschrift für Physik B Condensed Matter 65, 381 (1987).