Моделирование алгоритмов управления транспортных потоков на перекрёстке

Ван Цзыци

Студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: wangzqsmbu@163.com

***Научный руководитель** — Ильин Александр Владимирович*

В данной работе рассматривается схема управления светофором на стандартном перекрестке из четырёх однополосных дорог. Цель исследования - повысить эффективность работы перекрестка, регулируя продолжительность каждого рабочего цикла светофора $T = T_{red} + T_{gr}$ и процентное соотношение зеленого и красного режимов в каждом рабочем цикле $\eta = \frac{T_{gr}}{T}$.

В работе [3] транспортный поток уподобляется сжимаемой жидкости с мотивацией, которая присутствует, например, в уравнении состояния транспортного потока (зависимости скороси потока от плотности). Исходя из управляемых временных масштабов, макроскопическая модель используется в данной работе в качестве базовой модели транспортного потока. Как и в гидродинамике, для описания основных характеристик транспортного потока используются скорость v, плотность k и пропускная способность перекрестка q. Все эти три величины описываются как функции на пространственно-временной диаграмме относительно положения x и времени t, и их основные определения показаны на рисунке 1.

Анализ и сравнение микро- и макроскопических моделей даны в [2], и в итоге в данной работе для описания транспортного потока на перекрестке была выбрана наиболее известная модель Лайтхилла-Уизема-Ричардса(LWR). Эта модель объединяет гидродинамическую скорость-плотность-поток формулу, условие непрерывности (закон сохранения первого порядка) и фундаментальные диаграммы (статистически значимые понятия), задача Коши которой описывается следующим образом:

$$\begin{cases} k_t + \frac{\partial Q}{\partial k} k_x = 0 \\ k(0,x) = k_0(x), \end{cases} \tag{1}$$

здесь функция $Q(k)$ получена из статических данных и обладает свойствами: дифференцируемость, неотрицательность, верхняя выпуклость и т.д.

Очевидно, что уравнение (1) является волновым, поэтому на основе макроскопической модели для исследования роли управления светофором вводятся ударные волны и разреженные волны. Два математически условия: условие Ранкина-Гюгонию (density jump condition) и энтропийное условие,

$$\alpha\left(k,k_{-}\right)\geqslant\alpha\left(k_{-},k_{+}\right)\geqslant\alpha\left(k,k_{+}\right),\forall k\in\left[\min\left\{k_{-},k_{+}\right\},\max\left\{k_{-},k_{+}\right\}\right],$$
$$\alpha\left(k_1,k_2\right)=\frac{Q\left(k_1\right)-Q\left(k_2\right)}{k_1-k_2},\quad k_{+}=k(t,x+0),k_{-}=k(t,x-0), \tag{2}$$

которые действуют для ударных и разреженных волн соответственно, представлены в работе [3].

На рисунке 2 показано влияние светофора на управление транспортным потоком в одном направлении. Нахождение в режиме красного света эквивалентно созданию затора на перекрестке и возникновению ударной волны, движущейся в обратном направлении. Нахождение в режиме зеленого света эквивалентно созданию вакуума на перекрестке и по мере прохождения поток образует разреженную волну.

Комбинируя (1) и (2), получается функция плотности $k(t,x)$ в данном направлении, а также рассчитается минимальное время зеленого режима T_{gr}, необходимое для полного освобождения проезжей части от скопившихся авто-транспортных средств за время действия красного режима светофора T_{red}.

Светофор, расположенный на перекрестке, для которого зеленый режим работы для одного направления одновременно является красным режимом работы для другого направления и, наоборот. В работе [4] представлена схема управления светофором, которая решает проблему перекрестка с двумя въездами и двумя выездами только через η. В данной работе сочетаются анализ и объяснение управления сигналами, приведенные в работе [1], с добавлением дополнительных связей, предлагающих, описанную выше, новую схему управлении потоками на перекрестке.

Иллюстрации

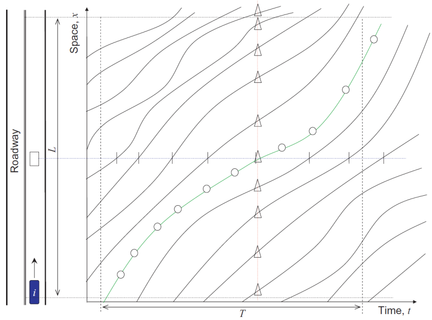

Рис. 1. Эскиз пространственно-временной диаграммы(треугольники - плотность, круги - скорость, отрезки прямых - величина потока)

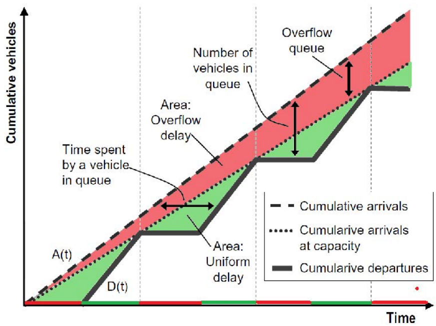

Рис. 2. Эскиз управления светофором на одой дороге

Литература

1. Daiheng N. Signalized Intersections: Fundamentals to Advanced Systems. Springer, 2020.
2. Daiheng N. Traffic Flow Theory: Characteristics, Experimental Methods, and Numerical Techniques. Elsevier Science, 2015.
3. Гасников А. В. Математическая физика транспортных потоков. 2009.
4. Y. Chitour, B. Piccoli Traffic circles and timing of traffic lights for cars flow // Discrete and Continuous Dynamical Systems. 5(3), 2005, p. 599-630