Теорема о двух радиусах для периодических в среднем функций относительно свертки Ганкеля

Краснощёких Глеб Витальевич

Аспирант

Факультет математики и информационных технологий ДонГУ, Донецк, Россия

E-mail: wolverimred@mail.ru

***Научный руководитель** — Волчков Виталий Владимирович*

Хорошо известно, что непрерывная на $\mathbb{R}$ функция, имеющая два несоизмеримых периода, является постоянной. Обобщения этого утверждения для периодических в среднем функций на различных пространствах изучались многими авторами (см. [2]). В работе [1], в частности, установлен локальный аналог теоремы о двух радиусах на гипергруппе Бесселя–Кингмана. Нами (совместно с Волчковым Вит. В.) получено уточнение этого результата.

Пусть $\alpha \in (-1/2, +\infty)$, $L^{\mathrm{loc}}_{\natural,\alpha}(-R,R)$ — пространство чётных локально суммируемых по мере $|y|^{2\alpha+1}dy$ функций на $(-R,R)$, T^{α}_{x} — оператор обобщенного сдвига Бесселя [2], E_α — множество отношений положительных нулей функции Бесселя $J_{\alpha+1}$.

Теорема 1. *Пусть r_1, $r_2 \in (0,+\infty)$, $\max\{r_1, r_2\} < R \le +\infty$. Тогда:*

1) если $r_1/r_2 \notin E_\alpha$, $R \ge r_1 + r_2$, $f \in L^{\mathrm{loc}}_{\natural,\alpha}(-R,R)$ и

$$\int_0^{r_j} T^{\alpha}_{x} f(y) y^{2\alpha+1} dy = 0 \quad \text{при} \quad |x| < R - r_j,\ j = 1, 2, \tag{1}$$

то $f = 0$;

2) если $r_1/r_2 \in E_\alpha$ или $R < r_1 + r_2$, то существует ненулевая четная функция $f \in C^\infty(-R,R)$, удовлетворяющая (1).

Доказательство теоремы 1 основано на развитии методов из [2]. Утверждение 2) при $r_1/r_2 \in E_\alpha$ следует из теоремы о среднем для собственных функций оператора Бесселя. Утверждение 1) при $R > r_1 + r_2$ и $f \in C^\infty_\natural(-R,R)$ получено другими средствами в [1].

Литература

1. Selmi B., Nessibi M. M. A local two radii theorem on the Chébli-Trimèche hypergroup // Journal of Mathematical Analysis and Applications. 2007. Vol. 329. P. 163–190.

2. Volchkov V. V., Volchkov Vit. V. Harmonic Analysis of Mean Periodic Functions on Symmetric Spaces and the Heisenberg Group. New York: Springer, 2009.