Аналог теоремы Мореры для квазианалитических функций

Тимофеева Карина Витальевна

Аспирант

Факультет математики и ИТ ДонГУ, Донецк, Россия

E-mail: timofeeva_karina00@mail.ru

Научный руководитель — *Волчков Валерий Владимирович*

Классическая теорема Мореры об интегрально-геометрическом описании голоморфных функций уточнялась во многих работах (см., например, [1]-[3] и содержащуюся в этих книгах библиографию). В данной работе получен аналог теоремы Мореры, в котором контурами интегрирования являются границы квадратов одного фиксированного размера, а рассматриваемая функция удовлетворяет дополнительному условию квазианалитичности.

Пусть G — открытое множество в комплексной плоскости $\mathbb{C}$. Для последовательности $\mu = \{M_q\}_{q=0}^{\infty}$ положительных чисел обозначим через $C^{\mu}(G)$ множество функций $f \in C^{\infty}(G)$, таких что

$$\sup_{z\in G} |(\partial^{\alpha} f)(z)| \leq M_{|\alpha|}$$

для всех операторов частного дифференцирования ∂^{α} порядка $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$, где $|\alpha| = \alpha_1 + \alpha_2 \geq 0$. Пусть также ∂K — граница множества $K \subset \mathbb{C}$.

Теорема 1. *Пусть $d > 0$ фиксировано и множество $G \subset \mathbb{C}$ является объединением открытых кругов с радиусами, большими чем $d\sqrt{2}$. Пусть также функция $f \in C^{\mu}(G)$ удовлетворяет условию*

$$\int_{\partial K} f(z)dz = 0$$

для любого замкнутого квадрата $K \subset G$ со стороной длины d. Тогда, если

$$\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{\inf_{q\geq j} M_q^{1/q}} = +\infty, \tag{1}$$

то f голоморфна в G.

Согласно известной теореме Данжуа-Карлемана условие (1) означает, что f принадлежит квазианалитическому классу функций. Отметим, что утверждение теоремы 1 станет неверным, если это условие не выполняется. Условие для множества G в теореме 1, связанное с величиной $d\sqrt{2}$, также убрать нельзя (в противном случае множество G может не содержать ни одного замкнутого квадрата со стороной длины d).

По поводу других результатов, связанных с теоремой 1, см. [1, часть 5, раздел 4].

Литература

1. Volchkov V. V. Integral geometry and convolution equations. Dordrecht: Kluwer. 2003.
2. Volchkov V. V., Volchkov Vit. V. Harmonic Analysis of Mean Periodic Functions on Symmetric Spaces and the Heisenberg Group. Springer: Verlag London. 2009.
3. Volchkov V. V. Offbeat Integral Geometry on Symmetric Spaces. Birkhauser. 2013.