

---

Доклад берет начало с исследования, проведенного Лорелла Фатоне, Франчески Мариани, Марии Кристины Рекчиони и Франческо Зирилли [1], посвященного моделированию поведения неквалифицированных трейдеров на рынке акций. Представленная в статье модель основана на концепции игр среднего поля и представляет собой систему из двух связанных уравнений в частных производных: уравнение Колмогорова-Фоккера-Планка, для которого задаются начальные условия, и уравнение Гамильтона-Якоби-Беллмана, для которого задаются условия в конечный момент времени. Подробное описание подхода игр среднего поля приведено в лекциях Пьера-Луи Лионса, Жана-Мишеля Ласре и Оливера Гейнона [2]. Полученную систему можно численно решать. Один из подходов заключается в выборе оптимизируемого функционала определенного вида таким образом, чтобы при использовании метода множителей Лагранжа функция цены из уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана представляла собой сопряженные переменные, а условие в конечный момент времени являлось условием трансверсальности. Однако вопрос о существовании и единственности решения системы остается открытым.

В статье предполагается, что решение уравнения Колмогорова-Фоккера-Планка может быть найдено в виде гауссианы, а функция цены уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана может быть представлена в полиномиальной форме. Это позволяет свести краевую задачу для уравнений в частных производных к многомерной краевой задаче для уравнений Риккати. Хотя полученную систему можно решать численно, вопрос существования и единственности решения остается неопределенным. В представленной работе исследовался этот вопрос. Было установлено, что данная краевая задача не порождается никакой вариационной формулировкой. С помощью методов анализа поведения решений обыкновенных дифференциальных уравнений и теории Пуанкаре-Бендиксона были получены следующие результаты: установлено условие существования решения системы, доказано, что в случае выполнения этого условия решение единственно, а также получены оценки на начальные данные, при которых краевая задача имеет решение.

### Литература

1. Fatone L., Mariani F., Recchioni M., Zirilli F. A trading execution model based on mean field games and optimal control // Applied Mathematics, 2014, vol. 5, p. 3091–3116.
2. Guéant O., Lasry J.-M., Lions P.-L.: ParisPrinceton Lectures

---

on Mathematical Finance 2010, chapter «Mean field games and applications», Springer, 2011. p. 205–266.