

**Множества единственности для подсистем системы Виленкина-Крестенсона**

**Научный руководитель – Плотников Михаил Геннадьевич**

**Казакова Анна Дмитриевна**

*E-mail: anna.kazakova@math.msu.ru*

<p>В работе изучаются проблемы единственности разложения функций в ортогональный ряд. Один из разделов данной тематики — теория множеств единственности. Множество  $A \subset D$  называется множеством единственности (иначе,  $U$ -множеством) для некоторой системы функций  $\{f_n\}$  с областью определения  $D$ , если сходимость к нулю на  $D \setminus A$  ряда  $\sum_n c_n f_n$  влечет равенство нулю всех  $c_n$ . Множества, которые не являются множествами единственности, называются множествами неединственности (иначе,  $M$ -множествами). Множества единственности для тригонометрической системы функций служили предметом многочисленных исследований (см. напр., [7, гл. XIV], [1, гл. IX], [5]). Первые результаты о природе множеств, при сходимости вне которых к нулю рядов по тригонометрической системе не нарушается единственность, получал ещё Кантор в конце 19 века. Изучались множества единственности и для других систем функций, в частности, для системы Уолша [2, гл. III], [6, гл. VII]. В докладе будет рассказано о множествах единственности для подсистем системы Виленкина–Крестенсона. Отметим, что для системы Виленкина–Крестенсона (такая же ситуация для тригонометрической системы функций) любое счётное множество —  $U$ -множество, все множества положительной меры —  $M$ -множества, а что касается континуальных множеств меры нуль, то среди них есть как  $U$ -множества, так и  $M$ -множества. Для того чтобы получать множества единственности положительной меры можно рассматривать не всю систему, а подсистемы (см. напр., [3], [4]). Мы построили три семейства подсистем системы Виленкина–Крестенсона, для которых получили достаточные условия на меру множеств единственности. Все эти семейства содержат нелакунарные подсистемы. Для одного семейства мы получили, что все множества нулевой меры будут множествами единственности, для двух других семейств существуют множества единственности положительной меры. Отметим, что нами также доказана неулучшаемость полученных результатов.</p>

**Источники и литература**

- 1 Н.К. Бари Тригонометрические ряды, М., ГИФМЛ, 1961
- 2 Б.И. Голубов, А.В. Ефимов, В.А. Скворцов Ряды и преобразования Уолша. Теория и применения, Изд-во ЛКИ, М., 2008
- 3 С.Б. Стечкин, П.Л. Ульянов О множествах единственности, Изв. АН СССР. Сер. матем. 1962. Т. 26, № 2, С. 211–222
- 4 J. Cauty Some results on lacunary Walsh series, Pacific J. Math. 1973. Vol. 45, № 2. P. 419–425
- 5 A. Kechris, A. Louveau Descriptive Set Theory and the Structure of Sets of Uniqueness, London Math. Soc. Lecture Notes Series 128 Cambridge Cambridge Univ. Press 1987
- 6 F. Schipp, W.R. Wade, P. Simon Walsh Series. An Introduction to Dyadic Harmonic Analysis. Budapest: Akademiai Kiado, 1990
- 7 A. Zygmund Trigonometric Series, Cambridge University Press, 2002