

Достаточные условия справедливости принципа суперпозиции для уравнения Колмогорова

Научный руководитель – Шапошников Станислав Валерьевич

Красовицкий Тихон Ильич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра математического анализа, Москва,
Россия

E-mail: tik714@yandex.ru

Определим оператор

$$Lu = \sum_{i,j=1}^d a^{ij} \partial_{x_i} \partial_{x_j} u + \sum_{i=1}^d b^i \partial_{x_i} u$$

и рассмотрим вероятностные решения уравнения Колмогорова $\partial_t \mu_t = L^* \mu_t$. Будем говорить, что для решения $\{\mu_t\}$ выполняется принцип суперпозиции, если существует такая вероятностная борелевская мера P на пространстве непрерывных кривых $C([0, T], \mathbb{R}^d)$, что для всякого $t \in [0, T]$ верно равенство $P \circ e_t^{-1} = \mu_t$, где $e_t(\omega(\cdot)) = \omega(t)$, и для всякой функции $\varphi \in C_0^2(\mathbb{R}^d)$ отображение

$$(t, \omega) \mapsto \varphi(\omega(t)) - \varphi(\omega(0)) - \int_0^t L\varphi(s, \omega(s)) ds$$

является мартингалом относительно меры P и естественной фильтрации.

Задача о достаточных условиях справедливости принципа суперпозиции широко исследовалась в последние годы (см. [1], [2]). Существенным условием в известных результатах является ограниченность коэффициентов уравнения или, по крайней мере, ограничение роста радиальных составляющих этих коэффициентов.

В докладе мы представим новые достаточные условия принципа суперпозиции. Идея результата заключается в том, чтобы с помощью замены координат убрать растущую на бесконечности часть коэффициента сноса в том случае, когда для этой части существует функция Ляпунова. Так, удастся ослабить условия на ограниченность коэффициентов и построить новые примеры уравнений, для которых выполняется принцип суперпозиции. В рассматриваемых условиях замена координат может привести к уравнению на ограниченной области. В связи с этим мы приведем также новые вспомогательные результаты о преобразовании меры P и оператора L при этой замене, а также о принципе суперпозиции для уравнения на области.

Работа поддержана стипендией Фонда развития теоретической физики и математики «Базис» и Центром фундаментальной и прикладной математики МГУ.

Источники и литература

- 1) Trevisan D. Well-posedness of multidimensional diffusion processes with weakly differentiable coefficients // Electron. J. Probab., **21** (2016), 1–41.
- 2) Bogachev V.I., Röckner M., Shaposhnikov S.V. On the Ambrosio–Figalli–Trevisan superposition principle for probability solutions to Fokker–Planck–Kolmogorov equations // J. Dynamics Differ. Equ., **33** (2021), 715–739.
- 3) Красовицкий Т.И., Шапошников С.В. Принцип суперпозиции для уравнений Фоккера–Планка–Колмогорова с неограниченными коэффициентами // Функц. анализ и его прил., **56:4** (2022), 59–79.