Секция «Геометрия и топология»

# Построение полугамильтоновых систем гидродинамического типа по алгебро-геометрическим данным

**Научный руководитель – Мохов Олег Иванович**

***Варлингтон Адель Сергеевич***
*Студент (специалист)*
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра высшей геометрии и топологии, Москва, Россия
*E-mail: mikhail.klimov@math.msu.ru*

Рассматриваются системы дифференциальных уравнений в частных производных на функции $u^k(q,t)$, $k=1,...,n$ двух независимых переменных $q$ и $t$, имеющие вид:

$$u^k_t = \sum_{i=1}^{n} v^k_i(u) u^i_q, \quad k=1,...,n,$$

где коэффициенты $v^k_i$ зависят от $u=(u^1,...,u^n)$. Такие системы называются *системами гидродинамического типа*. Заметим, что коэффициенты $v^k_i, 1 \le i,k \le n$ системы преобразуются как тензор типа $(1,1)$ (аффинор) при невырожденных заменах координат $w=w(u)$. Это обстоятельство позволяет развить для систем гидродинамического типа дифференциально-геометрический подход. Важный шаг в исследовании таких систем был сделан С.П. Новиковым и Б.А. Дубровиным в работе [1], в которой впервые был предложен гамильтонов подход.

Отдельный интерес представляют диагональные системы гидродинамического типа, то есть такие системы, что аффинор $v^k_i$ имеет ненулевые компоненты только на главной диагонали. Среди таких систем С.П. Царев в работе [2] выделил полугамильтоновы системы гидродинамического типа, а именно:

**Определение 1.** Диагональная система гидродинамического типа с попарно различными собственными значениями $\lambda_k(u)$

$$u^k_t = \lambda_k(u) u^k_q, \quad k=1,...,n$$

называется *полугамильтоновой*, если выполнены условия (*условия полугамильтоновости*):

$$\partial_{u^j}\left(\frac{\partial_{u^k}\lambda_i}{\lambda_k-\lambda_i}\right) = \partial_{u^k}\left(\frac{\partial_{u^j}\lambda_i}{\lambda_j-\lambda_i}\right).$$

Благодаря работе Хантьеса[3], в которой установлен критерий диагонализуемости произвольного аффинора, проверка полугамильтоновости произвольной системы гидродинамического типа является задачей, представляющей только вычислительную сложность. Намного более сложной проблемой оказалось построение системы с таким свойством, так как она представляет из себя нелинейную задачу. Данный доклад посвящен применению обобщения алгебро-геометрической конструкции Кричевер[4] для построения полугамильтоновой диагональной системы гиродинамического типа, развитого в работе О.И. Мохова и Е.В. Глухова[5].

Мною построены три примера систем гидродинамического типа, отвечающих соответственно локальным скобкам Дубровина-Новикова, нелокальным скобкам Мохова-Ферапонтова и нелокальным скобкам Ферапонтова.

Автор выражает особую благодарность своему научному руководителю Мохову Олегу Ивановичу за чуткое наставничество, помощь и поддержку при подготовке данного доклада.

### Источники и литература

1) Б. А. Дубровин, С. П. Новиков. Гамильтонов формализм одномерных систем гидродинамического типа и метод усреднения Боголюбова—Уизема. ДАН СССР, 270:4 (1983), 781–785.
2) С. П. Царев. Геометрия гамильтоновых систем гидродинамического типа. Обобщенный метод годографа. Изв. АН СССР. Сер. матем., 54:5 (1990), 1048–1068.
3) J. Haantjes. On Xm-forming sets of eigenvectors. Nederl. Akad. Wetensch. Proc. Ser. A., 58, Indag. Math. 1955. V. 17, 158–162.
4) И. М. Кричевер. Алгебро-геометрические n-ортогональные криволинейные системы координат и решения уравнений ассоциативности. Функц. анал. и его прил., 31:1 (1997), 32–50.
5) Е. В. Глухов, О. И. Мохов, Алгебро-геометрический подход к построению полугамильтоновых систем гидродинамического типа, Изв. РАН. Сер. матем., 2023, том 87, выпуск 6, 35–48