

Минимальные подмногообразия и комплекснозначные собственные функции**Научный руководитель – Пенской Алексей Викторович****Кислицын Алексей Дмитриевич***Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
 Механико-математический факультет, Кафедра высшей геометрии и топологии, Москва,
 Россия

E-mail: aleksk2001@yandex.ru

Примеры минимальных подмногообразий, заданных неявно, известны из работ Картана (см. ссылки [1]). В этих работах строятся семейства гиперповерхностей постоянной средней кривизны в сфере, среди которых есть минимальные. В работе [1] Бэрд доказал общую теорему, в которой установил критерий минимальности $f^{-1}(0)$, для специального класса отображений $f : (M^m, g) \rightarrow (N^n, h)$. Позже в работе Гудмудссона и Манна [2] для случая коразмерности 2 был найден класс таких отображений, задаваемых комплекснозначными собственными функциями.

Определение 1.

Функция $f : (M, g) \rightarrow \mathbb{C}$ называется комплекснозначной собственной, если

$$\Delta_g f = \lambda f, \quad (grad(f), grad(f))_g = \mu f^2.$$

Теорема 1. Пусть $f : (M, g) \rightarrow \mathbb{C}$ комплекснозначная собственная функция, а $0 \in f(M)$ является её регулярным значением. Тогда $f^{-1}(0)$ минимальное подмногообразие в M коразмерности два.

В докладе будут обсуждаться примеры минимальных подмногообразий в S^3 и S^4 , которые можно построить этим способом. В частности получено описание части класса комплекснозначных собственных функций на сфере.

Утверждение 1. Пусть $P : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{C}$ однородный полином, такой что

$$\Delta P = \Delta P^2 = 0.$$

Тогда $P|_{S^{n-1}}$ комплекснозначная собственная функция.

Для полиномов второй степени не удалось построить нетривиальный пример, минимального подмногообразия в S^4 , однако в случае коразмерности 1 в S^3 существует нетривиальный пример — тор Клиффорда.

Выражаю особую благодарность своему научному руководителю — Пенскому Алексею Викторовичу.

Данная работа была поддержана грантом Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС» (№ 21-7-1-45-6).

Источники и литература

- 1) Paul Baird and Sigmundur Gudmundsson. p-harmonic maps and minimal submanifolds. Math. Ann., 294(4):611–624, 1992.
- 2) Sigmundur Gudmundsson and Thomas Jack Munn. Minimal submanifolds via complex-valued eigenfunctions, 2023.