Расстояние Громова-Хаусдорфа между нормированными пространствами

Научный руководитель – Тужилин Алексей Августинович

Михайлов Иван Николаевич

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и приложений, Москва, Россия

E-mail: ivan.mikhailov@math.msu.ru

Расстояние Громова–Хаусдорфа — одна из красивейших конструкций метрической геометрии, которая позволяет определить обобщённую псевдометрику на классе всех метрических пространств. Впервые это расстояние было введено Дэвидом Эдвардсом в 1975 году ([2]) и позднее стало знаменитым благодаря работе Михаила Громова о группах полиномиального роста ([3]). Классическое расстояние между метрическими пространствами X и Y определяется как точная нижняя грань расстояний Хаусдорфа между образами X' и Y' пространств X и Y по всем изометрическим вложениям $\phi\colon X \to Z$ и $\psi\colon Y \to Z$ в некоторое метрическое пространство Z.

В докладе речь пойдёт о классическом расстоянии Громова–Хаусдорфа между нормированными пространствами. Будет представлено более простое доказательство (по сравнению с работой [4]) доказательство теоремы о том, что если расстояние Громова–Хаусдорфа между конечномерными нормированными пространствами конечно, то они изометричны. Также мы обсудим понятие *равносторонней размерности* нормированного пространства, которая определяется как наибольшая мощность подмножества данного пространства, все попарные расстояния между различными точками которого равны. В работе [1] показано, что равносторонняя размерность произвольного конечномерного нормированного пространства размерности n не превосходит 2^n. Мы обсудим свойства наборов точек, по мощности превосходящих равностороннюю размерность данного конечномерного нормированного пространства. Также при помощи полученных результатов будет доказана новая оценка снизу на расстояние Громова–Хаусдорфа между конечномерным нормированным пространством и произвольным метрическим пространством большей равносторонней размерности.

Источники и литература

1) Солтан П. С. Аналоги правильных симплексов в нормированных пространствах // Докл. АН СССР, т.222, №6, с.1303-1305, 1975 г.
2) Edwards D. The structure of superspace // Studies in Topology, Academic Press, 1975.
3) Gromov M. Groups of polynomial growth and expanding maps // Publications Mathematiques I.H.E.S., **53** 1981
4) Gruber P.\,M. Stability of isometries // Trans. Amer. Math. Soc. 245 (1978), 263-277