Секция «Геометрия и топология»

Двудольные графы, порождающие самоподобные дендриты

Научный руководитель – Тетенов Андрей Викторович

Юдин Иван Николаевич

Аспирант

Институт математики им. С.Л.Соболева Сибирского отделения РАН, Новосибирск, Россия

E-mail: uivan566@gmail.com

Пусть $\mathcal{S} = \{S_1, \ldots, S_m\}$ – система сжимающих отображений в $\mathbb{R}^n$. Непустое компактное множество K , удовлетворяющее уравнению $K = \bigcup\limits_{i=1}^{m} S_i(K)$ называется аттрактором системы $\mathcal{S}$.

Пусть $I = \{1, \ \ldots, \ m\}$ – множество индексов системы $\mathcal{S}$, и $I^* = \bigcup\limits_{n=1}^{e} \infty I^n$ – множество всех конечных слов $\mathbf{i} = i_1 \ldots i_n$ в алфавите I, так,что $S_{\mathbf{j}} = S_{j_1 j_2 \ldots j_n} = S_{j_1} S_{j_2} \ldots S_{j_n}$, и мы обозначим $S_{\mathbf{j}}(K)$ как $K_{\mathbf{j}}$.

Критическим множеством аттрактора K системы $\mathcal{S}$ является множество

$$C := \{x : \ x \in S_i(K) \cap S_j(K), \ S_i, S_j \in \mathcal{S}\}$$

Множество ∂K всех $x \in K$ таких, что для некоторого $\mathbf{j} \in I^*$, $S_{\mathbf{j}}(x) \in C$ называется самоподобной границей множества K.

Дендрит – это локально связный континуум, не содержащий простых кривых.

Пусть K – самоподобный дендрит, обладающий конечной самоподобной границей ∂K в таком случае K обладает свойством одноточечного пересечения. Минимальный поддендрит $\hat{\gamma} \subset K$, содержащий ∂K называется главным деревом дендрита K.

Рассмотрим граф пересечения $\Gamma(\mathcal{S})$ системы $\mathcal{S}$ который является двудольным графом с долями $\mathcal{K} = \{K_i : \ i \in I\}$ и $\mathcal{P} = \{p : \ p \in K_i \cap K_j, \ i, j \in I, i \neq j\} \cup \partial K$, и с множеством ребер $E = \{(K_i, p) : p \in K_i\}$ [1]. Существует естественное отображение φ множества E на ∂K определенное $\varphi((K_i, p)) = S_i^{-1}(p)$, которое задает маркировку ребер графа $\Gamma(\mathcal{S})$. Пара $(\Gamma(\mathcal{S}), \varphi) = (\mathcal{K}, \mathcal{P}, E, \varphi)$ называется ростком дендрита K, или k-ростком, где $k = \#\partial K$. Два k-ростка (Γ_1, φ_1), (Γ_2, φ_2) изоморфны, если существует изоморфизм графов Γ_1 and Γ_2, совместимых с φ_1 и φ_2.

Теорема 1. Два самоподобных дендрита изоморфны $\iff$ их ростки изоморфны.

Мы определяем композицию k-ростков и доказываем следующую теорему:

Теорема 2. Множество k-ростков образует полугруппу с единицей.

Источники и литература

1) Tetenov, A., Finiteness properties for self-similar continua // {arXiv:2003.04202 (2021)}