

## Топология особенностей трехмерных софокусных бильярдов с потенциалом Гука

Научный руководитель – Фоменко Анатолий Тимофеевич

*Белозеров Глеб Владимирович*

*Аспирант*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и  
приложений, Москва, Россия  
*E-mail: gleb0511beloz@yandex.ru*

Одним из актуальных направлений в современной науке является изучение топологии слоения Лиувилля интегрируемых гамильтоновых систем (далее ИГС). Таковыми системами, в частности, являются интегрируемые бильярды, ограниченные дугами софокусных квадриков (см. [1]), и их обобщения, к числу которых относятся плоские бильярды с потенциалами (см. [2]), бильярды в пространстве Минковского (см. [3]), бильярды с проскальзыванием (см. [4]) и другие.

Настоящая работа посвящена исследованию топологии слоения Лиувилля трехмерных бильярдов с потенциалом Гука, ограниченных софокусными квадриками. Напомним, что *семейством софокусных квадриков в  $\mathbb{R}^3$*  называется множество квадриков, заданных уравнением

$$(b - \lambda)(c - \lambda)x^2 + (c - \lambda)(a - \lambda)y^2 + (a - \lambda)(b - \lambda)z^2 = (a - \lambda)(b - \lambda)(c - \lambda),$$

где  $a > b > c$  – фиксированные числа, а  $\lambda$  – вещественный параметр.

**Определение.** *Трехмерным бильярдным столом* будем называть компактное в  $\mathbb{R}^3$  множество с непустой внутренностью, ограниченное конечным числом софокусных квадриков и имеющие двугранные углы излома границы, равные  $\pi/2$ .

Мы будем рассматривать следующую динамическую систему. Материальная точка движется внутри трехмерного бильярдного стола под действием потенциального поля сил Гука с центром в начале координат, отражаясь от границы стола абсолютно упруго. Такая динамическая система является интегрируемой. Ее первые интегралы можно найти с помощью метода, описанного В. В. Козловым.

Для каждого типа трехмерных бильярдных столов были построены бифуркационные диаграммы, а также определены классы гомеоморфности малых окрестностей особых слоев. Помимо этого было показано, что все регулярные слои гомеоморфны трехмерному тору, а слоение Лиувилля в малой окрестности таких слоев регулярно.

Работа выполнена в МГУ им. М.В. Ломоносова при поддержке гранта РНФ № 22-71-10106.

### Источники и литература

- 1) *В. В. Фокичева*, “Классификация бильярдных движений в областях, ограниченных софокусными параболодами”, Матем. сб., **205**:8 (2014), 139 – 160.
- 2) *С. Е. Пустовойтов*, “Топологический анализ бильярда, ограниченного софокусными квадриками, в потенциальном поле”, Матем. сб., **212**:2 (2021), 81 – 105.
- 3) *Е. Е. Каргина*, “Бильярды, ограниченные дугами софокусных квадриков на плоскости Минковского”, Матем. сб., **211**:1 (2020), 3 – 31.
- 4) *В. В. Ведюшкина, В. Н. Завьялов*, “Реализация геодезических потоков с линейным интегралом бильярдами с проскальзыванием”, Матем. сб., **213**:12 (2022), 31 – 52.